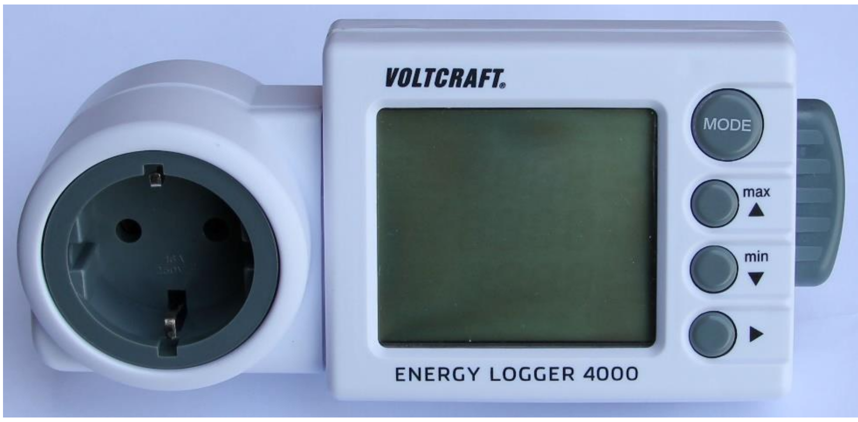
Wechselstrom

Alfons Reichert



Inhalt

1. Einleitung

Ohne Strom nichts los. Wer einmal auch nur für ein paar Stunden vom Stromnetz abgekoppelt war, sei es wegen eines technischen Defektes in seinem Haus oder infolge eines Schneesturms, der das ganze Stromnetz großräumig lahm legte, der weiß, wie abhängig wir inzwischen von diesem ganz besonderen Saft sind. Man sitzt im dunklen, kalten Haus. Selbst der Gang zur Toilette wird zum Problem, denn wer hat heute noch Kerzen im Haus. Und die Batterien in einer Taschenlampe sind meist dann leer, wenn man sie braucht. Selbst ein heißer Tee oder Kaffee, der gut täte, bleibt ein Wunschtraum.

Der Strom im Haushalt besteht aus Wechselstrom mit einer Frequenz von $f = 50$ Hz und einer Effektivspannung von $U = 230$ V. Zumindest ist das in Europa so, in den USA betragen die Werte $f = 60$ Hz und $U = 110$ V. Daher kann man amerikanische Geräte nicht ohne weiteres an unserem Stromnetz betreiben. Sie würden sofort durchbrennen, moderne Ladegeräte fürs Handys und Smartphones einmal ausgenommen. Umgekehrt laufen Geräte nach europäischen Standards in den USA nur mit stark verminderter Leistung. Bei der Einführung der zentralen Stromnetze hat man sich nach einem sehr schmutzigen Stromkrieg zwischen den Amerikanern Edison einerseits und Westinghouse und Tesla andererseits für Wechselstrom entschieden, weil er mit der damaligen Technik wesentlich verlustärmer über längere Strecken transportiert werden konnte. Aber für Wechselstrom gelten eigene Gesetze, wie die folgenden Überlegungen zeigen. Sie verursachen viele Probleme, die in Gleichstromkreisen nicht auftreten. Weitere werden hinzukommen, wenn vermehrt erneuerbare Energien ins Netz eingespeist werden, deren Verfügbarkeit starken zeitlichen Schwankungen unterliegt. Vielleicht werden die Stromnetze irgendwann auf Gleichstrom umgestellt, zumal Solarzellen Gleichstrom liefern und moderne elektronische Geräte Gleichstrom benötigen. Dann könnte man sich die Umwandlungen von Wechselstrom in Gleichstrom und umgekehrt sparen, die immer mit Verlusten verbunden sind. Außerdem würden sich dezentrale kleine Kraftwerke auf jedem Hausdach anbieten. Edison würde nachträglich triumphieren. Naturgesetze haben manchmal einen langen Atem.

Energiesparen und Energieeffizienz sind als Themen zeitlos und dennoch stets topaktuell. Der verschwenderische Umgang mit Energie belastet nicht nur den Geldbeutel, sondern vergeudet wichtige, natürliche Ressourcen und zerstört die Umwelt. Doch wie effizient sind unsere elektrischen Haushaltsgeräte wirklich? Stimmen die Angaben der Hersteller über den Verbrauch der Geräte und lohnt es sich in jedem Fall, ein altes Gerät durch ein neues zu ersetzen? Um diese Frage fundiert beantworten zu können, muss man zuerst eine Bestandsaufnahme machen und den tatsächlichen Verbrauch diverser Geräte über einen längeren Zeitraum überprüfen. Dazu sind in letzter Zeit Energielogger, auch Smartmeter genannt, auf den Markt gekommen, die den Verbrauch der Geräte automatisch aufzeichnen. Mit Hilfe eines Programms kann man die Daten anschließend mit einem Computer oder Smartphone auswerten. Zu diesem Zweck habe ich unter den Kolleginnen und Kollegen eine Aktion gestartet, bei der sie verschiedene elektrische Geräte über kürzere oder längere Zeiträume an einem Smartmeter betrieben haben. Die Auswertung der Daten lieferte einige Überraschungen, wie Sie in diesem Skript nachlesen können. Auch in Sachen Energiesparen ist nicht alles Gold was glänzt. Und die beste Technik nutzt nichts, wenn man sie falsch bedient. Viel Spaß beim Lesen.

Stolberg, im Juli 2017 und im März 2021

2. Grundlagen

2.1 Erzeugung

Dreht sich eine Spule mit der Windungszahl n und der Querschnittsfläche A mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω in einem homogenen Magnetfeld B, so ändert sich der magnetische Fluss Ø mit der Zeit t wie folgt:

$$\Phi = A * B * cos(\omega * t).$$

Damit erhält man für die in der Spule induzierte Spannung U_{ind} mit Hilfe des allgemeinen Induktionsgesetzes:

$$\begin{aligned} U_{ind} &= -n\frac{d\Phi}{dt} \\ &= -n * \frac{d(A * B * cos(\omega * t)}{dt} \\ &= -n * A * B * \omega * (-sin(\omega * t)) \\ &= n * A * B * \omega * sin(\omega * t) \end{aligned}$$

Betrachtet man die Einheit des Produktes aus den vier Größen vor der Sinusfunktion, so erhält man:

$$[n * A * B * \omega] = \frac{1 * m^2 * T}{s} = \frac{m^2 * N}{A * m * s} = \frac{N * m}{A * s} = \frac{J}{C} = V.$$

Da sich für das Produkt insgesamt die Einheit V ergibt, kann man die vier Größen zur Amplitudenspannung U_0 zusammenfassen. Somit gilt insgesamt für die zeitabhängige Induktionsspannung U(t):

$$U(t) = U_0 * sin(\omega * t)\ (1).$$

Dieser Fall tritt in den Generatoren der Kraftwerke auf, die die sinusförmige Wechselspannung fürs Stromnetz liefern. In ihnen drehen sich riesige Spulen in einem homogenen Magnetfeld mit einer konstanten Drehfrequenz von f = 50 Hz. Das Magnetfeld seinerseits wird durch meterhohe Magnetfeldspulen erzeugt.

2.2 Effektivwerte

Schließt man eine Glühbirne an eine Wechselspannung niedriger Frequenz f an, so schwankt ihre Helligkeit mit doppelter Frequenz zwischen 0 und einem Maximalwert. Er ist umso höher, je größer die Amplitude der Wechselspannung ist. Erhöht man die Frequenz auf mehr als f = 25 Hz, so scheint die Lampe mit einer konstanten mittleren Helligkeit zu leuchten. Das Auge kann den schnellen Schwankungen nicht mehr folgen. Stellt man eine baugleiche Lampe daneben und schließt sie an eine regelbare Gleichspannung an, so leuchten bei einem bestimmten Wert der Gleichspannung beide Lampen gleich hell. Die mittlere Leistung P_m der Wechselspannungsquelle ist genauso groß wie die konstante Leistung der Gleichspannungsquelle. Sie entspricht bei sinusförmigem Verlauf der Hälfte der Maximalleistung, wie man Abb.1 entnehmen kann.

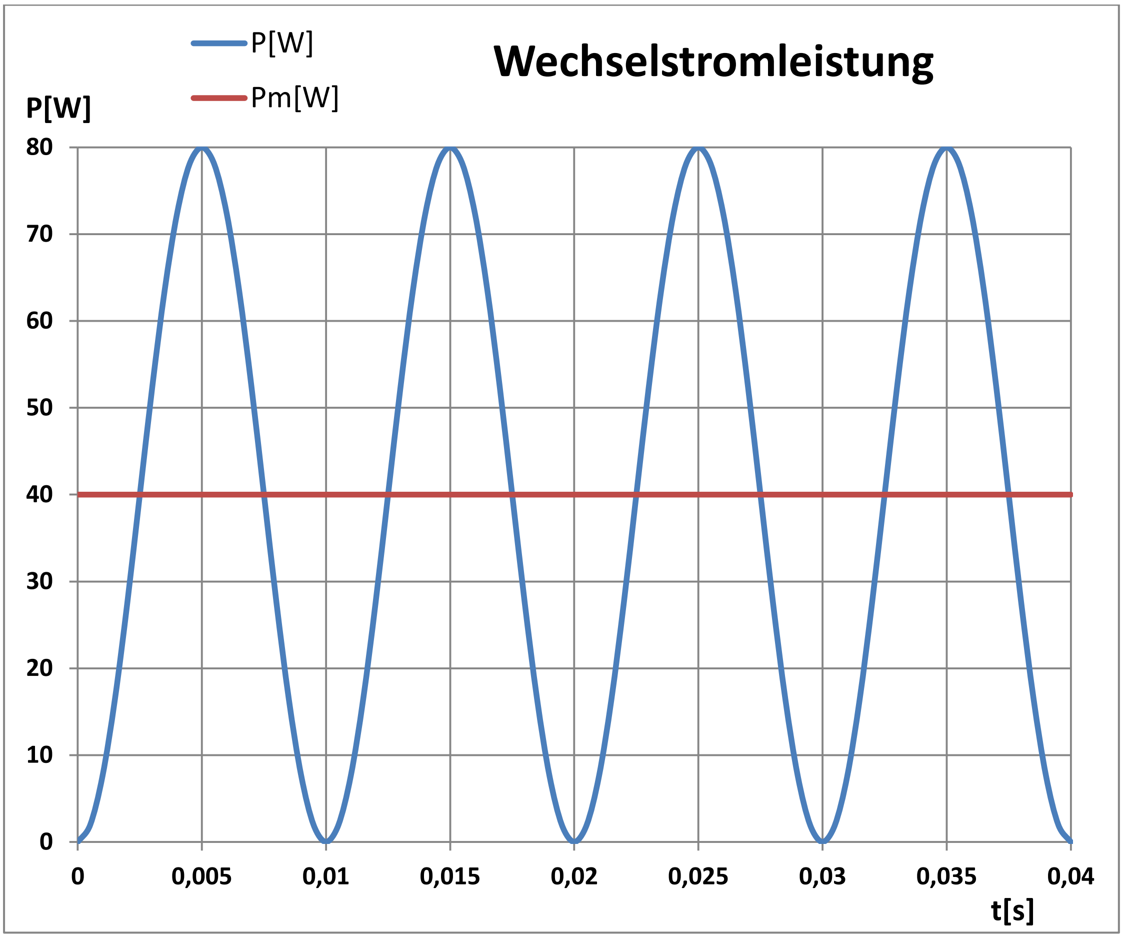


Abb.1: Leistung im Wechselstromkreis f = 50 Hz

Den Mittelwert der Leistung P_m kann man auch rechnerisch ermitteln. Für ihn gilt definitionsgemäß:

$$P_m = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T U(t) * I(t)\, dt.$$

Darin ist P(t) die momentane Leistung, U(t) die momentane Spannung, I(t) die momentane Stromstärke und T die Periodendauer der Wechselspannung. Mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes folgt mit R als Widerstand:

$$P_m = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{U(t)^2}{R} dt.$$

Handelt es sich um sinusförmige Wechselspannung, so ergibt sich mit Gleichung (1) aus Kapitel 2.1:

$$P_m = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{U_0^2 * sin^2(\omega t)}{R} dt.$$

Benutzt man das Quadraturtheorem für den Sinus, so folgt:

$$P_m = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{U_0^2}{2R}(1 - cos(2\omega t))dt = \frac{1}{T}\left[\frac{U_0^2}{2R} * t - \frac{1}{2\omega} sin(2\omega t)\right]_0^T = \frac{U_0^2}{2R}.$$

Dabei muss man beachten, dass die Integration über eine volle Periode für Sinus den Wert null ergibt. Dieser mittleren Leistung kann man einen Effektivwert der Spannung U_{eff} bzw. der Stromstärke I_{eff} zuordnen. Bei ihr kann es sich aber weder um die Amplitude noch um den Mittelwert der Wechselspannung bzw. des Wechselstromes handeln. Die Lampe leuchtet weniger hell als in den Phasen maximaler Helligkeit. Ferner ergibt der Mittelwert der Spannung bzw. des Stromes bei sinusförmigem Verlauf über eine Periode den Wert null. Es stellt sich die Frage, welcher Zusammenhang zwischen dieser Effektivspannung U_{eff} und der Amplitude U_0 der Wechselspannung besteht. Für die gleicheffektive Gleichspannung gilt die Formel:

$$P_m = \frac{U_{eff}^2}{R}.$$

Vergleicht man beide Formeln miteinander, so folgt für den gesuchten Zusammenhang zwischen U_{eff} und U_0:

$$U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$$

Da man die mittlere Leistung auch mit Hilfe des Stromes nach der Formel

$$P_m = R * {I_{eff}}^2$$

berechnen kann, kann man auch eine Effektivstromstärke definieren, für die gilt:

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}.$$

Benutzt man keine sinusförmige, sondern eine dreieckförmige oder rechteckförmige Wechselspannung, so sind die grundsätzlichen Überlegungen gleich, nur der Umrechnungsfaktor hat einen anderen Wert, da sich der Mittelwert der Leistung ändert. Für dreieckförmige Wechselspannung gilt:

$$U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{3}}$$

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{3}}$$

und für rechteckförmige

$$U_{eff} = U_0$$

$$I_{eff} = I_0.$$

2.3 Widerstände

Nach Ohm gilt im Gleichstromkreis für den Widerstand R eines Leiters mit U als Spannung und I als Stromstärke definitionsgemäß:

$$R = \frac{U}{I}.$$

Da an einem rein Ohmschen Widerstand im Wechselstromkreis die Spannung U und der Strom I immer in Phase sind, ist der Quotient aus U und I zu jedem Zeitpunkt konstant (s. Abb. 1).

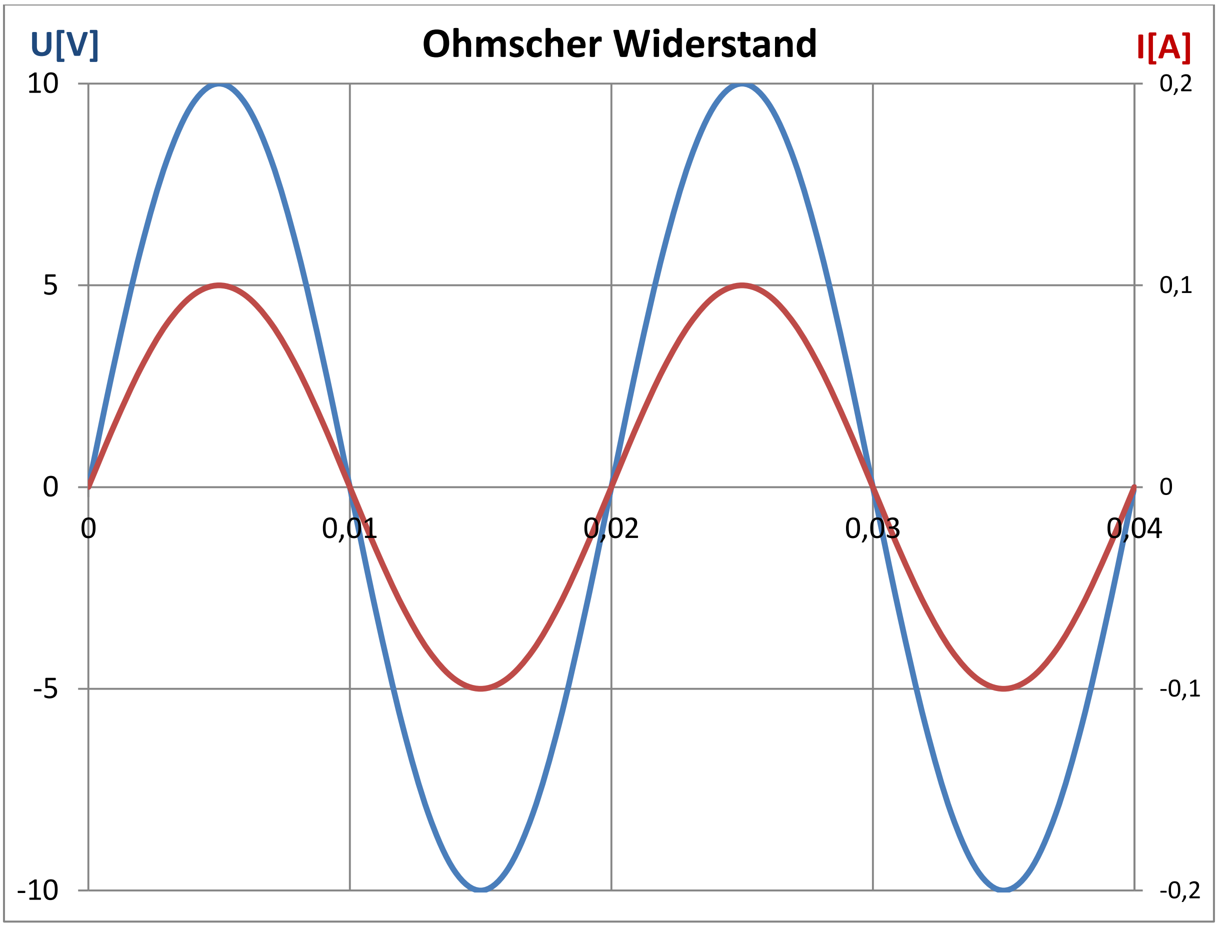


Abb.1: U und I bei Ohmschem Widerstand

Er wird als Wirkwiderstand R bezeichnet, da an ihm elektrische Energie in Wärme umgewandelt wird. Insbesondere gilt damit bei reinem Wirkwiderstand:

$$R = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}.$$

Zusätzlich zum Wirkwiderstand treten im Wechselstromkreis sogenannte Blindwiderstände X auf und zwar dann, wenn Kapazitäten und Induktivitäten vorhanden sind. In ihnen muss ein elektrisches Feld bzw. ein magnetisches Feld aufgebaut werden. Dazu wird in einer Halbperiode Energie benötigt, die aber in der nächsten Halbperiode, wenn die Felder abgebaut werden, wieder ans Netz zurückgegeben wird. An diesen Blindwiderständen wird keine elektrische Energie in Wärme umgewandelt. Die geometrische Summe aus Blind- und Wirkwiderstand nennt man Scheinwiderstand oder Impedanz Z. Für sie gilt definitionsgemäß:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}.$$

Es stellt sich die Frage, wie groß die Blindwiderstände für Kapazitäten bzw. Induktivitäten sind und von welchen Größen ihr Wert abhängt.
In einem Wechselstromkreis wird ein Kondensator periodisch umgeladen. Es fließt ein permanenter Ladestrom. Legt man an den Kondensator eine sinusförmige Spannung U(t) der Frequenz f an, für die gilt:

$$U(t) = U_0 * sin(2\pi f t),$$

so fließt ein Strom

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}.$$

Mit Hilfe des Kondensatorgesetzes folgt:

$$I(t) = C * \frac{dU(t)}{dt} = C * \frac{d(U_0 * sin(2\pi f t))}{dt} = C * U_0 * 2\pi f * cos(2\pi f t).$$

Zwischen Spannung und Stromstärke besteht eine Phasendifferenz von π/2. Der Strom eilt der Spannung um 90° bzw. um eine Viertelperiodendauer T/4 voraus (s. Abb.2). Es müssen Ladungen auf den Kondensator fließen, bevor sich an ihm eine Spannung aufbauen kann. Für den Maximalwert des Stromes folgt aus obiger Ableitung

$$I_0 = 2\pi f * C * U_0.$$

Ein Vergleich mit dem Ohmschen Gesetz und eine Einheitenanalyse zeigen, dass die Kapazität wie ein frequenzabhängiger Widerstand wirkt. Man nennt ihn kapazitativen Widerstand X_C. Es gilt mit ω als Kreisfrequenz:

$$X_c = \frac{U_0}{I_0} = \frac{1}{2\pi f * C} = \frac{1}{\omega * C}.$$

Er nimmt mit steigender Frequenz ab, für Gleichstrom mit der Frequenz 0 ist er unendlich. Der Kondensator sperrt den Strom. Außerdem sinkt er mit steigender Kapazität, da ein größerer Umladestrom fließt. Bei sehr großen Kapazitäten geht er gegen 0.
Da sich die Amplituden von Spannung und Stromstärke und ihre Effektivwerte nur um einen konstanten Umrechnungsfaktor unterscheiden, gilt außerdem bei rein kapazitativen Widerstand

$$X_C = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}.$$

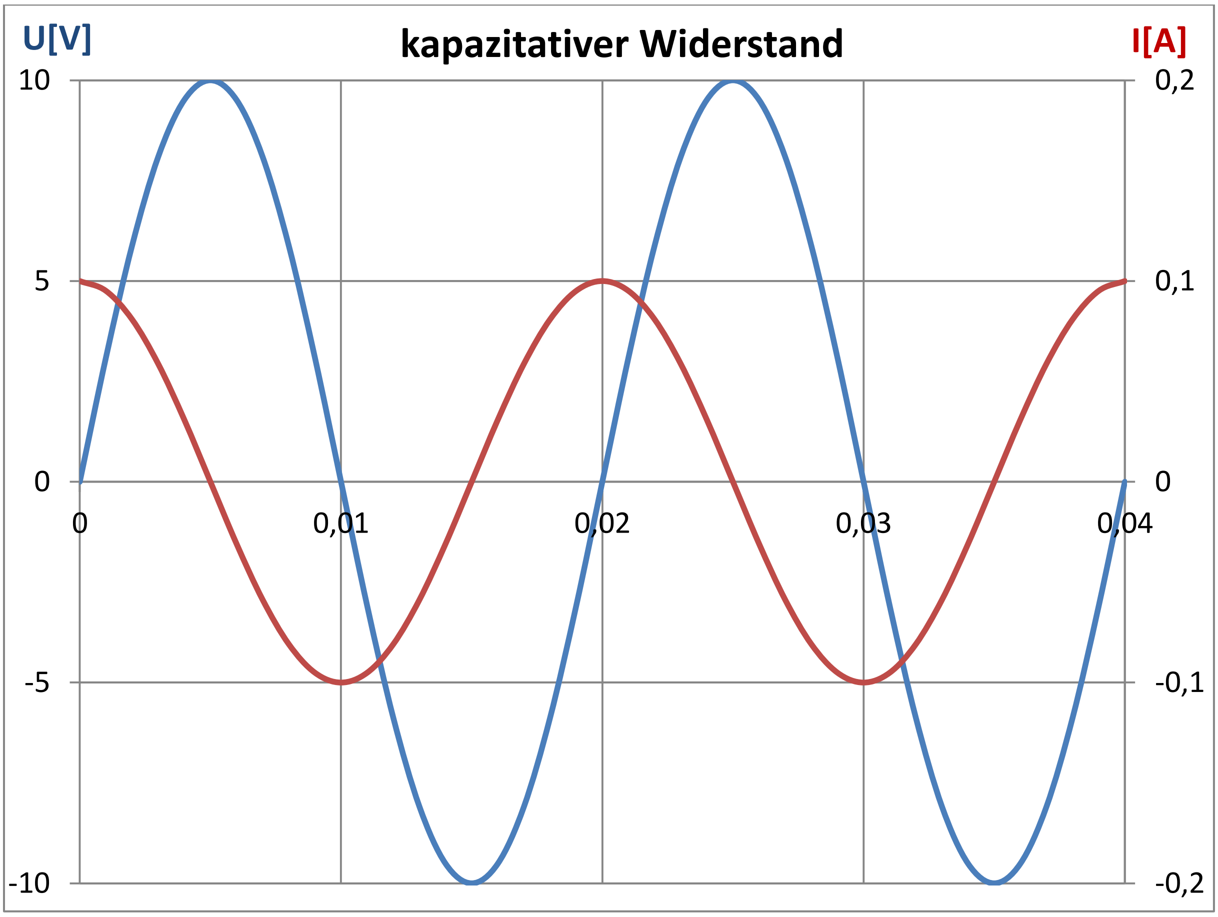


Abb.2: U und I bei kapazitativem Widerstand

Und wie verhält sich eine Spule im Wechselstromkreis? Durch eine Induktivität fließe ein sinusförmiger Strom der Frequenz f. Es ist:

$$I(t) = I_0 * sin(2\pi f t).$$

Gesucht ist die Spannung U(t), die diesen Strom erzeugt. Da sich der Strom zeitlich ändert, wird nach dem Selbstinduktionsgesetz in der Spule eine Spannung U_{ind} induziert, für die gilt:

$$U_{ind} = -L * \frac{dI(t)}{dt} = -\frac{d(I_0 * sin(2\pi f t))}{dt} = -L * I_0 * 2\pi f * cos(2\pi f t),$$

mit L als Induktivität der Spule. Damit ein Strom fließen kann, muss sie durch eine von außen angelegte entgegengesetzt gerichtete Spannung kompensiert werden. Damit erhält man für die benötigte Spannung U(t):

$$U(t) = L * I_0 * 2\pi f * cos(2\pi f t).$$

Zwischen Spannung und Strom besteht eine Phasendifferenz von π/2. Die Spannung eilt dem Strom um 90° bzw. eine Viertelperiodendauer T/4 voraus (s. Abb. 3). Zwischen den Amplituden der Spannung U_0 und des Stromes I_0 besteht nach obiger Ableitung folgender Zusammenhang:

$$U_0 = 2\pi f * L * I_0.$$

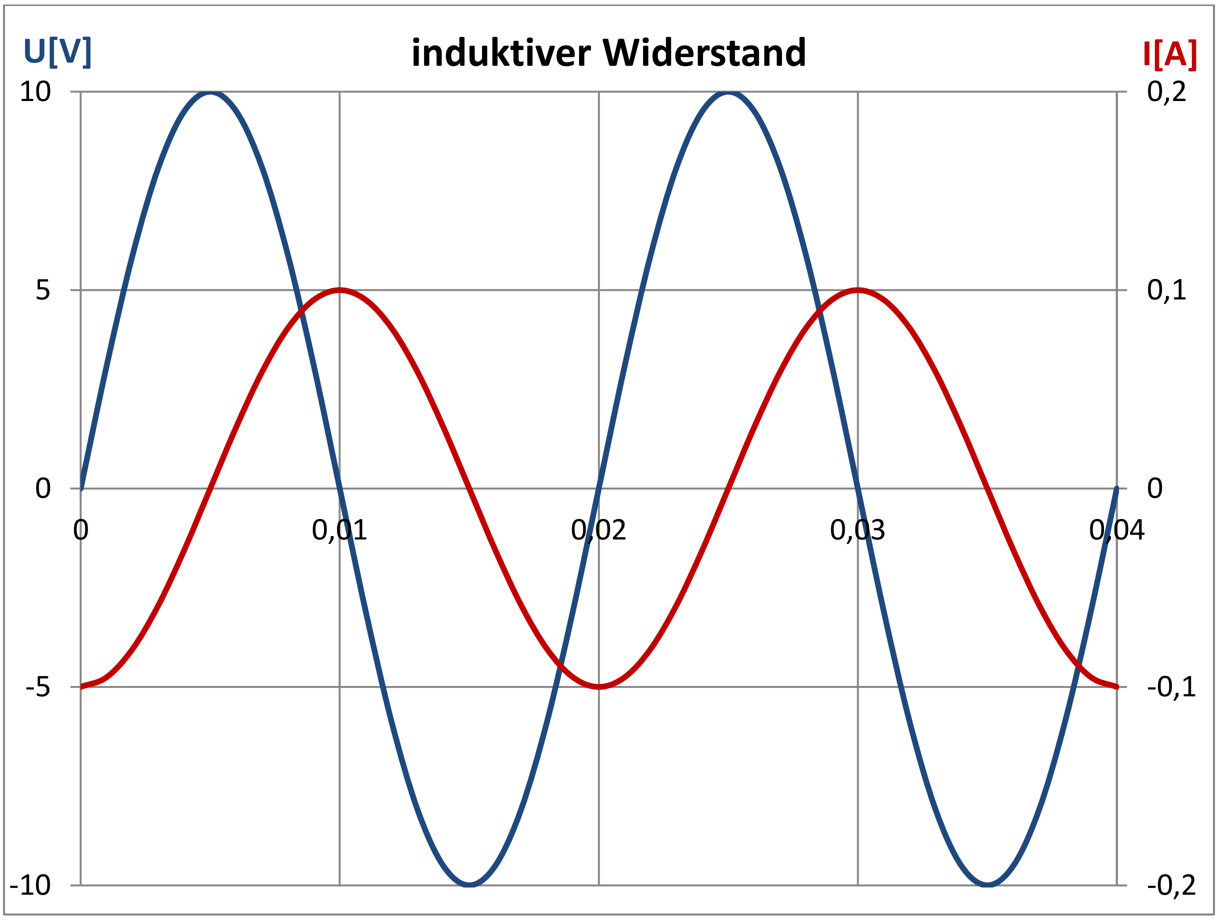


Abb.3: U und I bei induktivem Widerstand

Ein Vergleich mit dem Ohmschen Gesetz und eine Einheitenanalyse zeigen, dass die Spule wie ein frequenzabhängiger Widerstand wirkt. Man nennt ihn den induktiven Widerstand X_L. Es gilt mit ω als Kreisfrequenz:

$$X_L = \frac{U_0}{I_0} = 2\pi f L = \omega L.$$

Der induktive Widerstand ist proportional zur Frequenz f und der Induktivität L. Bei Gleichstrom ist er 0 ebenso in einem geraden Leiterstück mit der Induktivität 0. Da sich die Amplituden von Spannung und Strom und ihre Effektivwerte nur um einen konstanter Umrechnungsfaktor unterscheiden, gilt außerdem bei rein induktivem Widerstand

$$X_L = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}.$$

Vielfach treten in einem Wechselstromkreis alle drei Widerstandsarten auf, vor allem dann, wenn die Geräte eine Elektronik besitzen. Es gelten nicht die bekannten Gesetzmäßigkeiten für Reihen- und Parallelschaltung, da zwischen U und I eine Phasenverschiebung vorliegt, die bewirkt, dass sich die Spannungen bzw. Ströme teilweise kompensieren. Sind ein induktiver X_L und ein kapazitativer Widerstand X_C in Reihe geschaltet, so heben sich die effektiven Teilspannungen U_L und U_C an beiden ganz oder teilweise auf, da in der Spule die Spannung dem Strom um 90° vorauseilt, im Kondensator dagegen um 90° hinterherhinkt. Zwischen beiden Teilspannungen beträgt die Phasenverschiebung somit 180°. Es überlagern sich zwei gegenläufige Sinusfunktionen. Für die effektive Gesamtspannung U_{eff} gilt allgemein:

$$U_{eff} = U_L - U_C.$$

Mit den Definitionen der Blindwiderstände X, X_L und X_C erhält man:

$$I_{eff} * X = I_{eff} * X_L - I_{eff} * X_C.$$

Da der Strom bei Reihenschaltung in beiden Widerständen gleich groß und gleich dem Gesamtstrom ist, ergibt sich für den gesamten Blindwiderstand X:

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

Schaltet man einen induktiven Widerstand X_L und einen kapazitativen Widerstand X_C parallel, so liegt an beiden die gleiche Spannung an. Um den effektiven Gesamtstrom I zu erhalten, muss man die beiden effektiven Ströme I_C und I_L voneinander subtrahieren, da in der Spule der Strom der Spannung um 90° hinterher hinkt und im Kondensator um 90° vorauseilt. Es gilt:

$$I_{eff} = I_C - I_L.$$

Mit den Definitionen der Blindwiderstände X, X_L und X_C ergibt sich:

$$\frac{U_{eff}}{X} = \frac{U_{eff}}{X_C} - \frac{U_{eff}}{X_L}.$$

Da an beiden Bauteilen die gleiche Spannung anliegt, folgt für den gesamten Blindwiderstand X:

$$\frac{1}{X} = \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} = \omega C - \frac{1}{\omega L}.$$

Komplizierter werden die Verhältnisse, wenn zusätzlich ein Ohmscher Widerstand im Stromkreis vorhanden ist. Dann setzt sich der Strom bzw. die Spannung aus zwei Anteilen zusammen, die senkrecht aufeinander stehen, einem Blindanteil und einem Wirkanteil. Bei Reihenschaltung eines Ohmschen Widerstandes R und eines Blindwiderstandes X, der seinerseits aus einem Kondensator, einer Spule oder einer Reihenschaltung bzw. Parallelschaltung aus beiden bestehen kann, muss man die geometrische Summe der effektiven Teilspannungen U_R und U_X bilden, um die effektive Gesamtspannung U_{eff} zu erhalten. Somit gilt:

$$U_{eff} = \sqrt{U_R^2 + U_X^2}.$$

Da der Strom durch alle Bauteile gleich ist, gilt für den Gesamtwiderstand Z analog:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}.$$

Sind ein Ohmscher Widerstand R und ein Blindwiderstand parallel geschaltet, so ergibt sich der effektive Gesamtstrom I_{eff} als geometrische Summe der effektiven Teilströme I_R und I_X, da beide Teilströme senkrecht zueinander stehen. Somit gilt:

$$I_{eff} = \sqrt{I_R^2 + I_X^2}.$$

Für den Gesamtwiderstand Z folgt:

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}.$$

Rein induktive bzw. rein kapazitative Widerstände verursachen eine Phasendifferenz α von +π/2 bzw. –π/2 zwischen Spannung und Stromstärke. Enthält der Stromkreis zusätzlich einen Ohmschen Widerstand, was aufgrund der Leitungen stets der Fall ist, so liegt die Phasendifferenz zwischen diesen beiden Extremwerten. Man kann sie mit Hilfe eines Zeigerdiagramms ermitteln (s. Abb. 4). In ihm ist bei Reihenschaltung α der Winkel zwischen der Gesamtspannung U und der Spannung am Ohmschen Widerstand U_R, da an ihm Strom und Spannung in Phase sind.
Aus Abb.1 erhält man:

$$\tan\alpha = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Im Fall der Parallelschaltung ist α der Winkel zwischen dem Gesamtstrom I und dem Strom durch den Ohmschen Widerstand I_R. Aus Abb.5 liest man ab:

$$\tan\alpha = \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{\frac{1}{R}} = R * (\omega C - \frac{1}{\omega L}).$$

In jedem Wechselstromkreis wird der Blindwiderstand X null, wenn X_L und X_C gleich groß sind und sich somit aufheben. Man spricht von Resonanz. Sie tritt bei gegebenen Werten der Induktivität L und der Kapazität C bei einer bestimmten Frequenz auf, für die gilt:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}.$$

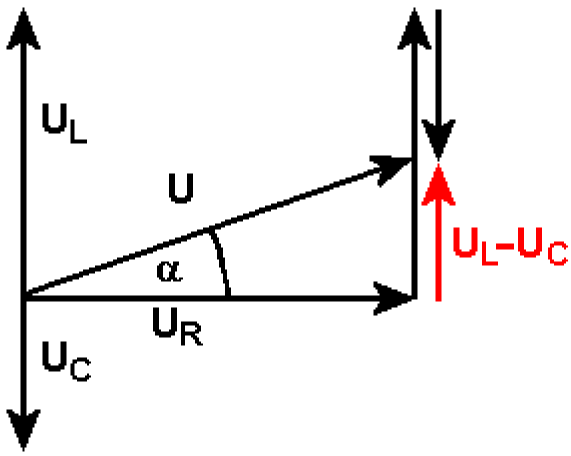


Abb.4. Zeigerdiagramm Reihenschaltung

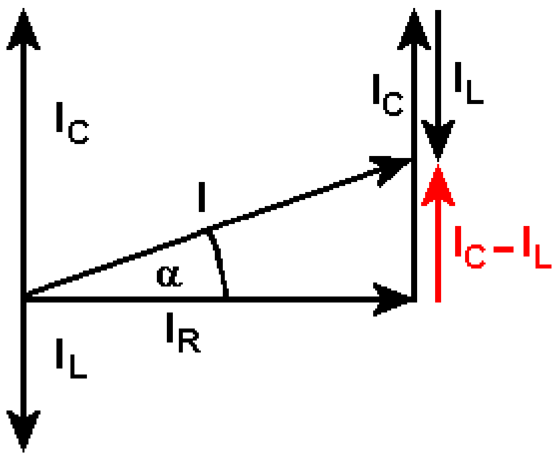


Abb.5: Zeigerdiagramm Parallelschaltung

Daraus ergibt sich die Thomsonsche Formel für die Resonanzfrequenz f bzw. die Perioden-dauer T des Wechselstromes:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Man muss zwei Fälle der Resonanz unterscheiden. Sind Kapazität und Induktivität in Reihe geschaltet, so spricht man von Reihen- oder Stromresonanz. Der Strom erreicht bei der Resonanzfrequenz ein Maximum, die Spannung ein Minimum, da der Scheinwiderstand Z aus Ohmschen Widerstand R und Blindwiderstand X ein Minimum aufweist und gleich dem Ohmschen Widerstand ist. Wechselstrom mit der Resonanzfrequenz kann die Schaltung nahezu ungehindert passieren, bei tieferen Frequenzen sperrt die Kapazität, bei hohen die Induktivität. Man nennt diese Schaltung auch Siebkette. Sind Kapazität und Induktivität parallel geschaltet, so beobachtet man bei der Resonanzfrequenz ein Stromminimum oder Spannungsmaximum. Man spricht von Parallel- oder Spannungsresonanz. Der Scheinwiderstand Z erreicht seinen maximalen Wert. Wechselstrom mit der Resonanzfrequenz wird geschwächt, Ströme mit tieferen Frequenzen können über die Induktivität durch die Schaltung fließen, Ströme mit höheren Frequenzen durch die Kapazität. Man spricht von Sperrkreis. Beide Resonanzen spielen in der Elektronik eine große Rolle, um aus einem Frequenzgemisch einzelne kleine Frequenzbereiche heraus zu filtern.

2.4 Leistung

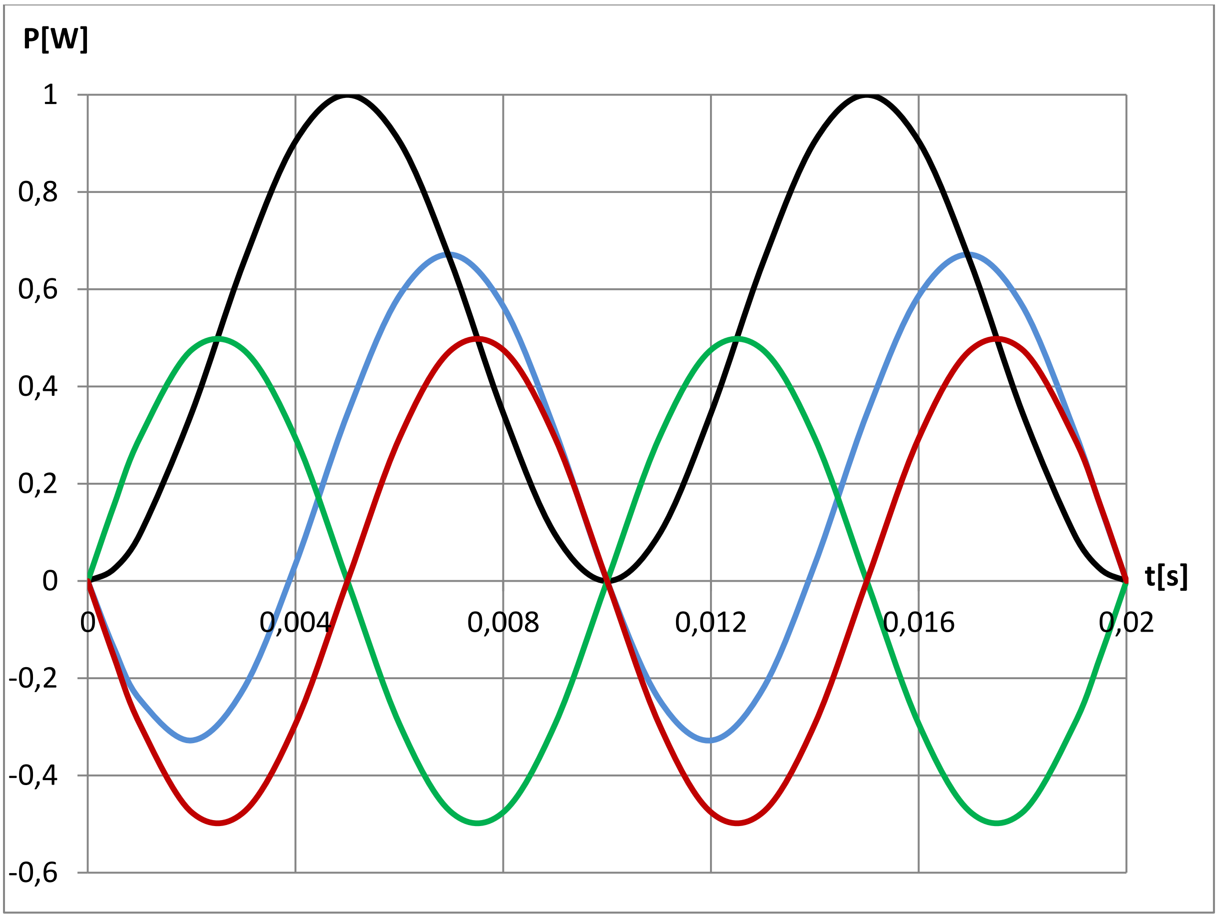


Abb.1: Zeitlicher Verlauf der Leistung

Die Leistung ist definiert als Produkt aus Spannung U und Stromstärke I. Da Blindwiderstände eines Wechselstromkreises eine Phasendifferenz α zwischen Spannung U(t) und Stromstärke I(t) verursachen (s. Kapitel 2.3), gilt für die Momentanleistung P(t):

$$P(t) = I_0 * sin(\omega t) * U_0\, sin(\omega t + \alpha)$$

Abb.1 zeigt den zeitlichen Verlauf einer Scheinleistung P_S = 0,5 W für vier Fälle, die schwarze Linie für den Fall reiner Wirkleistung an einem Ohmschen Widerstand mit einer Phasenverschiebung α = 0°, die grüne und rote für den Fall reiner Blindleistung an einem idealen Kondensator bzw. einer idealen Spule mit α = 90° bzw. α = -90° und die blaue Kurve für eine reale Spule aus einer Reihenschaltung von induktivem und Ohmschen Widerstand mit einer Phasenverschiebung α = -70°. Bei reiner Wirkleistung liegt die Leistung zu jedem Zeitpunkt im positiven Bereich, bei reiner Blindleistung verläuft sie symmetrisch zur Zeitachse, besitzt gleich große positive und negative Gebiete. Bei einer realen Spule überwiegen die positiven Anteile die negativen. Die Scheinleistung setzt sich in diesem Fall aus einem Wirkanteil und einem Blindanteil zusammen.
Den Mittelwert P_M der Leistung erhält man in allen drei Fällen definitionsgemäß, in dem man über eine Periodendauer T integriert und durch die Periodendauer T dividiert:

$$\begin{aligned}
P_M &= \frac{1}{T}\int_0^T (I_0 * sin(\omega t) * U_0\, sin(\omega t + \alpha))dt \\
&= \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2} I_0 * U_0 (cos\,\alpha - cos(2\omega t + \alpha))dt \\
&= \frac{1}{2T} * I_0 * U_0 \left[t * cos\,\alpha - \frac{1}{2\omega} sin(2\omega t + \alpha)) \right]_0^T \\
&= \frac{1}{2T} * I_0 * U_0 (T * cos\,\alpha - 0 - 0) \\
&= \frac{1}{2} * I_0 * U_0 * cos\,\alpha \\
&= I_{eff} * U_{eff} * cos\,\alpha
\end{aligned}$$

Bei der ersten Umwandlung wurde das Produkttheorem für Sinus benutzt. Außerdem wurde berücksichtigt, dass das Integral über eine volle Periode für Sinus immer 0 ergibt, da sich die positiven und negativen Anteile gerade aufheben. Das gleiche Ergebnis erhält man, wenn man im Zeigerdiagramm das Produkt aus der effektiven Spannung und der Stromkomponente in Richtung der Spannung bildet. Es handelt sich bei dieser Leistung um die Leistung, die am Ohmschen Anteil des Widerstandes umgesetzt wird, also um die Wirkleistung P_W. Sie muss vom Verbraucher bezahlt werden. Der Faktor cosα wird als Wirkfaktor bezeichnet. Man kann die Wirkleistung am Ohmschen Widerstand R auch mit folgender Formal berechnen:

$$P_W = R * I_{eff}^2.$$

Gleichzeitig muss das Kraftwerk die Leistung aufbringen, die benötigt wird, um in einer Halbperiode des Wechselstroms das elektrische Feld in Kapazitäten und das magnetische Feld in Induktivitäten aufzubauen. Sie wird allerdings in der zweiten Halbperiode ans Kraftwerk zurückgegeben. Sie belastet das Kraftwerk und die Leitungen zusätzlich, ohne dem Verbraucher einen zählbaren Nutzen zu bringen. Man nennt sie die Blindleistung P_B. Sie wird am Blindwiderstand X umgesetzt. Es gilt:

$$P_B = X * I_{eff}^2.$$

Alternativ kann man sie aus der effektiven Spannung U_{eff} und der Komponente des effektiven Stromes I_{eff} senkrecht zur Spannung berechnen. Man erhält:

$$P_B = U_{eff} * I_{eff} * sin\,\alpha.$$

Die geometrische Summe aus Wirkleistung P_W und Blindleistung P_B ergibt insgesamt die Leistung, die das Kraftwerk zur Verfügung stellen muss. Sie wird als Scheinleistung P_S bezeichnet. Es ergibt sich:

$$P_S = \sqrt{(P_W^2 + P_B^2)} = \sqrt{U_{eff}^2 I_{eff}^2 * (cos^2\,\alpha + sin^2\,\alpha)} = U_{eff} * I_{eff}.$$

Alternativ kann man für die Scheinleistung P_S die Formel benutzen:

$$P_S = Z * I_{eff}^2$$

mit Z als Gesamtwiderstand oder Impedanz. Liegen im Stromkreis nur Ohmsche Widerstände vor wie bei einer Glühbirne, so tritt eine reine Wirkleistung auf, da der Cosinus für $\alpha = 0°$ 1 und der Sinus 0 ist. Bei rein kapazitativem oder rein induktivem Widerstand muss das Kraftwerk nur eine Blindleistung aufbringen, da der Cosinus für $\alpha = 90°$ 0 und der Sinus 1 ist. Bei allen elektrischen Geräten, die zur Steuerung eine Elektronik enthalten wie Energiesparlampen oder LED-Lampen setzt sich die Scheinleistung aus Blind- und Wirkleistung zusammen, da für die Elektronik fast immer Kondensatoren und Spulen benötigt werden. Gleichzeitig ist aber auch eine Wirkleistung nötig, da die Lampen sonst keine Energie in Form von Licht abgeben könnten (vgl. Kapitel 3 Versuche).

2.5 Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad η eines Verbrauchers gibt an, welcher Prozentsatz der aufgenommenen Wirkleistung P_W in die gewünschte Nutzleistung P_{nutz} umgewandelt wurde. Für ihn gilt:

$$\eta = \frac{P_{nutz}}{P_W} * 100\%.$$

Man darf ihn nicht mit dem in Kapitel 2.4 eingeführten Wirkfaktor cosα verwechseln. Er gibt an, welcher Anteil der insgesamt benötigten Scheinleitung P_S vom Verbraucher als Wirkleistung P_W von der Spannungsquelle aufgenommen wird. Beide können durchaus sehr unterschiedlich sein. So besitzt eine Glühbirne einen Wirkfaktor von cosα = 1, da sie mit der Glühwendel einen rein Ohmschen Widerstand enthält. Von der aufgenommenen Wirkleistung werden aber nur maximal η = 5% in Licht umgewandelt. Eine LED-Lampe besitzt aufgrund der Steuerelektronik einen Wirkfaktor von $\cos\alpha = 0{,}65$, wandelt aber etwa η = 50% der aufgenommenen Wirkleistung in Licht um. Ihr Wirkfaktor ist kleiner als der einer Glühbirne, ihr Wirkungsgrad mit η = 50% aber 10mal höher als der einer Glühbirne mit nur η = 5% (vgl. Versuche Kapitel 3).

3. Versuche

3.1 Erzeugung

Versuch: sinusförmige Wechselspannung
Geräte:
Man benötigt ein Helmholtz-Spulenpaar, eine stabilisierte Spannungsquelle mit 5A-Ausgang, ein Amperemeter, eine Drehspule mit Handkurbel bzw. Antriebsscheibe, einen Elektromotor, einen Antriebsriemen, zwei Tonnenfüße, eine Tischklemme, ein Messwerterfassungssystem, etwa cassy der Firma Leybold inklusive Hallsonde mit B-Box, Kabel und Stativmaterial.
Aufbau:
Man stellt die Drehspule zwischen den Füßen der Helmholtz-Spulen auf und beschwert sie mit den beiden Tonnenfüßen, damit sie beim Rotieren nicht verrutschen kann. Man verbindet die Helmholtzspulen mit den Kabeln über das Amperemeter mit dem Netzgerät. Dabei muss man auf die korrekte Verkabelung der Spulen achten, so dass sich die Magnetfelder beider Teilspulen verstärken und nicht gegenseitig aufheben. Man befestigt den Motor mit der Klemme am Tisch. Der Keilriemen zwischen Motor und der Antriebsscheibe der Drehspule sollte so gespannt ist, dass der Motor die Drehspule ohne Ruckeln antreibt. Man verbindet den Ausgang der Drehspule mit dem Spannungseingang des Messwerterfassungssystems. Um das Magnetfeld der Spulen zu messen, stellt man die Hallsonde mit Stativmaterial zwischen den beiden Helmholtz-Spulen auf und verbindet sie über die B-Box mit dem zweiten Eingang des Messwerterfassungssystems.
Durchführung:
Beim ersten Teilversuch schickt man durch die Helmholtz-Spulen eine Anfangsstromstärke von I_1 = 0,5 A. Man regelt den Motor auf eine konstante Drehfrequenz ein und startet die Aufzeichnung mit dem Messwerterfassungssystem. Dann erhöht man die Stromstärke durch die Helmholtz-Spulen in Schritten von ΔI = 0,5 A bis auf I_2 = 2,5 A. Für jede Stromstärke nimmt man etwa 4 - 5 Perioden auf und misst außerdem das Magnetfeld. Beim zweiten Teilversuch fließt durch die Spulen ein konstanter Strom von 2 A. Man erhöht die Drehfrequenz des Motors schrittweise und zeichnet für jede Drehfrequenz etwa 4 - 5 Perioden auf.
Ergebnis:
Man erhält die Messkurven in Abb. 1 und Abb. 2.
Auswertung:
Man erkennt an den Kurven, dass die Spannung einen sinusförmigen Verlauf hat in Übereinstimmung mit den theoretischen Überlegungen aus Kapitel 2.1. Aus der Kurve in Abb.1 ergibt sich eine Periodendauer T = 2,3 s, wenn man über mehrere Perioden mittelt. Man liest für die verschiedenen Magnetfeldstärken die Amplitude der Spannung ab und trägt sie in eine Tabelle ein. Man erhält Tabelle 1.

B[mT]	U[mV]	U/B[V/T]
0,35	16	45,7
0,70	31	44,3
1,05	48	45,7
1,40	68	48,6
1,75	83	47,4

Tabelle 1: U in Abhängigkeit von B

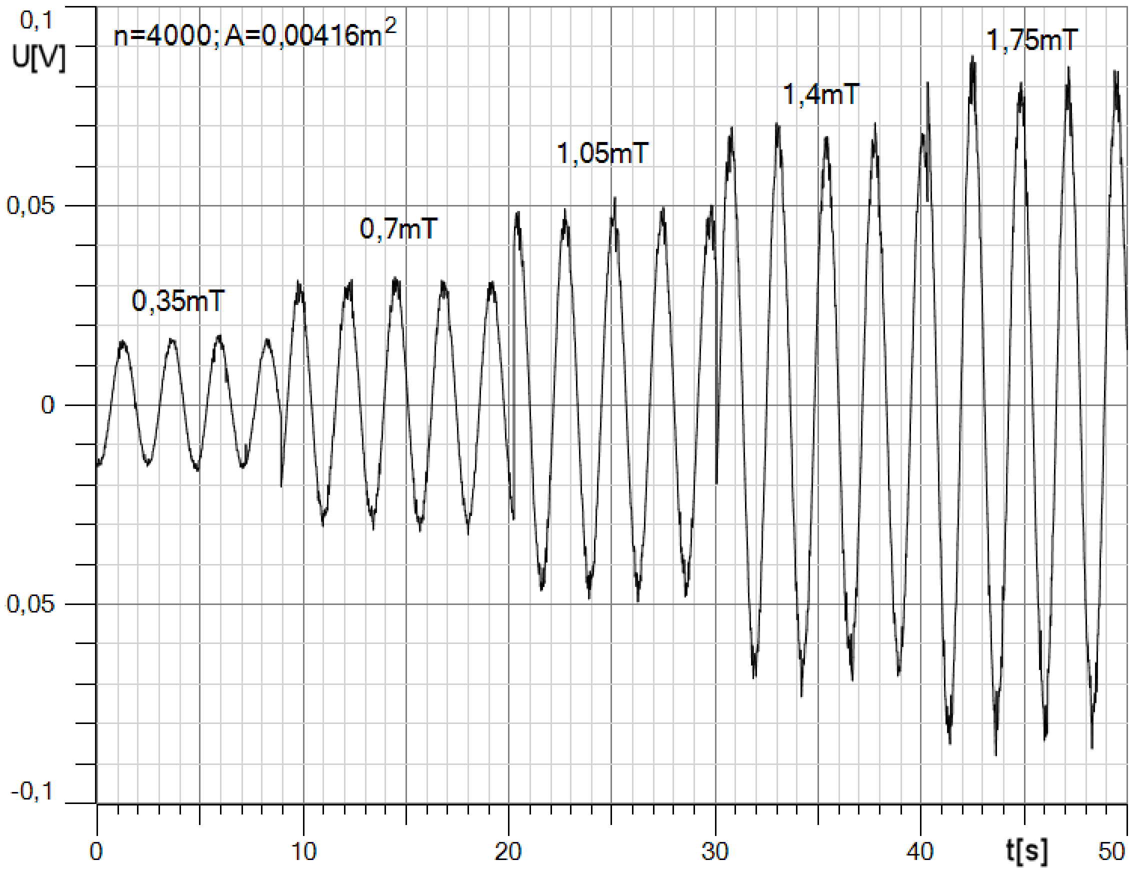


Abb.1: Spannung in Abhängigkeit vom Magnetfeld

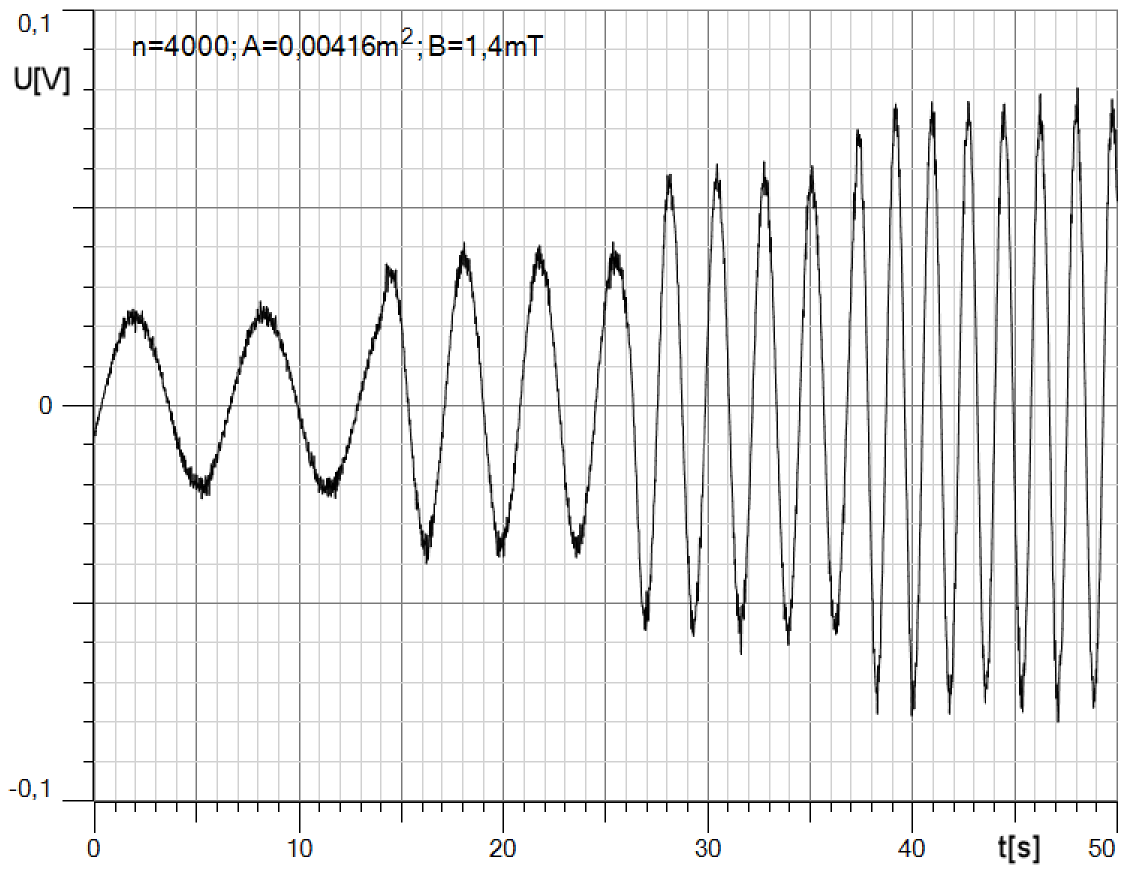


Abb.2: Spannung in Abhängigkeit von der Drehfrequenz

Aus Spalte 3 kann man ablesen, dass die Amplitude der Spannung U proportional zur Magnetfeldstärke B ist. Der Mittelwert des Proportionalitätsfaktors c_{exp} beträgt:

$$C_{exp} = 46{,}3\frac{V}{T} = 46{,}3\frac{m^2}{s}.$$

Nach den theoretischen Überlegungen aus Kapitel 2.1 sollte für c_{th} gelten:

$$c_{th} = n * A * \omega = 4000 * 0{,}00416m^2 * \frac{2\pi}{2{,}3s} = 45{,}4\frac{m^2}{s}.$$

Theoretischer und experimenteller Wert stimmen sehr gut überein.
Man ermittelt aus Abb. 2 für die verschiedenen Abschnitte die Periodendauern T und die Amplituden der Spannungen U. Man erhält Tabelle 2. Aus den Periodendauern berechnet man die Drehfrequenzen ω.

T[s]	ω[1/s]	U[V]	U/ω[Vs]
6,5	0,966	0,022	0,0228
3,75	1,675	0,038	0,0227
2,33	2,692	0,060	0,0223
1,80	3,489	0,078	0,0224

Tabelle 1: U in Abhängigkeit von ω

In Spalte 4 kann man erkennen, dass die Amplitude der Spannung U proportional zur Drehfrequenz ω ist. Für den Proportionalitätsfaktor errechnet man den Mittelwert c_{exp}:

$$c_{exp} = 0{,}0226Vs.$$

Nach den theoretischen Überlegungen aus Kapitel 2.1 gilt für c_{th}:

$$c_{th} = n * A * B = 4000 * 0{,}00416m^2 * 0{,}0014T = 0{,}0233Tm^2 = 0{,}0233Vs.$$

Theoretischer und experimenteller Wert stimmen sehr gut überein. Damit bestätigen sich die theoretischen Überlegungen aus Kapitel 2.1.

3.2 Effektivwerte

Versuch 1: sinusförmige Wechselspannung

Geräte:

Man benötigt eine Gleichspannungs- und eine sinusförmige Wechselspannungsquelle mit U = 4 V, zwei Amperemeter, zwei Voltmeter und zwei Lampe mit den Kenndaten 4V/0,04A o.ä. Statt der Lampen kann man auch Widerstände mit R = 100 Ω benutzen. Ferner benötigt man einen Zweikanaloszillographen oder ein Messwerterfassungssystem.

Aufbau und Durchführung:

Man verbindet die Lampen bzw. die Widerstände über die Amperemeter mit der Gleichspannungsquelle bzw. der Wechselspannungsquelle. Die Voltmeter legt man parallel zu den Lampen bzw. den Widerständen. Man beachte, dass die Volt- und Amperemeter einmal im Gleichspannung- und einmal im Wechselspannungsmodus stehen. Man ersetzt die Voltmeter durch die beiden Kanäle des Oszillographen. Man liest am Voltmeter die effektive Wechselspannung ab und am Oszillographen die Amplitude der Wechselspannung.

Ergebnis:

Beide Volt- und Amperemeter zeigen die gleiche Spannung U = 4 V bzw. die gleiche Stromstärke I = 0,04 A an. Der Oszillograph zeichnet für die Gleichspannungsquelle einen konstanten Wert von U = 4 V auf, für die Wechselspannungsquelle einen sinusförmigen Verlauf mit einer Amplitude von U_0 = 5,7 V. Das Verhältnis aus der Amplitude und dem Effektivwert der Wechselspannung beträgt:

$$z = \frac{5{,}7V}{4V} = 1{,}425.$$

Dieser Wert stimmt sehr gut mit dem theoretischen Wert aus Kapitel 2.2 überein, wonach der Faktor $\sqrt{2}$ betragen sollte.

<u>Versuch 2: verschiedene Wechselspannungen</u>

Geräte:

Man benötigt einen Funktionsgenerator mit verschieden geformten Wechselspannungen und eine Lampe mit den Kenndaten 4V/0,04A.

Aufbau und Durchführung:

Man schließt die Lampe an den Funktionsgenerator an und stellt ihn auf U = 4 V und f_1 = 50 Hz ein. Dann schaltet man zwischen sinusförmigem, rechteckförmigem, dreieckförmigem und wenn möglich sägezahnförmigem Verlauf hin und her. Man erhöht die Frequenz auf f_2 = 100 Hz und wiederholt den Versuch.

Beobachtung:

Bei rechteckförmigem Verlauf leuchtet die Lampe am hellsten, bei sinusförmigem etwas weniger hell und bei sägezahn- und dreiecksförmigem Verlauf am wenigsten. Das gilt für beide Frequenzen.

Folgerung:

Die Effektivität einer Wechselspannung hängt von ihrem Verlauf, nicht aber von ihrer Frequenz ab. Die genauen Umrechnungsfaktoren zwischen dem Effektivwert und der Amplitude wurden in Kapitel 2.2 diskutiert.

3.3 Widerstände

<u>Versuch 1: qualitativ</u>

Geräte:

Man benötigt einen Funktionsgenerator, ein Glühbirnchen mit den Kenndaten 4V/0,1A, zwei Ohmsche Widerstände mit R_1 = 10 Ω und R_2 = 47 Ω, zwei Kondensatoren mit den Werten C_1 = 1 µF und C_2 = 5 µF, eine Spule mit L = 2,18 mH (etwa Leybold 250 Wdg.) und einen dazu passenden Eisenkern.

Aufbau und Durchführung:

Man baut den Stromkreis nach dem Schaltplan in Abb.1 mit dem Widerstand R = 10 Ω auf. Kondensator C und Spule L fehlen zunächst. Man stellt den Funktionsgenerator auf sinusförmige Wechselspannung, wählt den Frequenzbereich f = 1000 – 10000 Hz und regelt die Ausgangsspannung so hoch, dass die Glühbirne leuchtet. Dann erhöht man die Frequenz auf f = 10000 Hz. Man tauscht den Widerstand gegen den Wert R_2 = 47 Ω aus und fährt die Frequenz wieder auf f = 1000 Hz herunter. Man ersetzt den Widerstand in der Schaltung nacheinander durch die Kondensatoren bzw. die Spule und wiederholt den Versuch, wobei man die Spule einmal mit und einmal ohne Eisenkern betreibt.

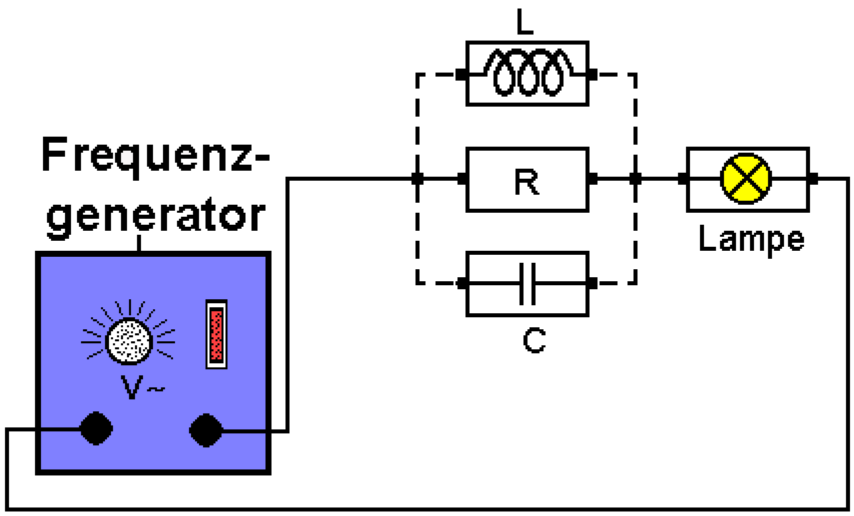


Abb.1: Schaltplan

Beobachtung:

Beim Ohmschen Widerstand leuchtet die Lampe unabhängig von der Frequenz stets gleich hell. Erhöht man den Widerstandswert auf R = 47 Ω, so sinkt die Helligkeit drastisch ab. Beim Kondensator leuchtete die Lampe bei f = 1000 Hz nur wenig. Ihre Helligkeit nimmt zu, wenn man die Frequenz erhöht. Tauscht man den Kondensator gegen einen mit größerer Kapazität aus, so steigt die Helligkeit unter sonst gleichen Bedingungen. Dient eine Spule als Vorwiderstand, so leuchtet die Lampe bei niedriger Frequenz deutlich heller als bei höherer. Steckt man einen Eisenkern in die Spule, so sinkt die Helligkeit drastisch bei gleichbleibender Frequenz.

Folgerung:

Der Wert des Ohmschen Widerstandes ändert sich nicht mit der Frequenz. Er hängt nur von der Größe des verwendeten Widerstandes ab. Bei Kondensatoren sinkt der Widerstandswert mit steigender Frequenz. Er ist außerdem umso kleiner, je größer die Kapazität ist. Bei einer Spule steigt der Widerstand mit steigender Frequenz. Er ist außerdem umso größer, je größer die Induktivität der Spule ist.

<u>Versuch 2: Ohmscher Widerstand</u>

Geräte:

Man benötigt eine Wechselspannungsquelle, einen Ohmschen Widerstand R = 100 Ω und ein Messwerterfassungssystem, etwa cassy mobile. Alternativ kann man auch ein Voltmeter und ein Amperemeter benutzen und die Messwerte anschließend mit Excel auswerten.

Aufbau und Durchführung:

Man baut den Versuch mit dem Widerstand R gemäß Abb.1 auf. Man stellt cassy mobile bei Strom und Spannung auf Effektivwerte ein und aktiviert die Leistungsmessung P. Man schaltet die Wechselspannungsquelle ein und erhöht die Spannung in Schritten von etwa ΔU = 0,5 V bis auf U = 10 V. Nach jedem Schritt speichert man den Wert, in dem man die OK-Taste drückt. Man stellt in einem Diagramm U bzw. P gegen I dar.

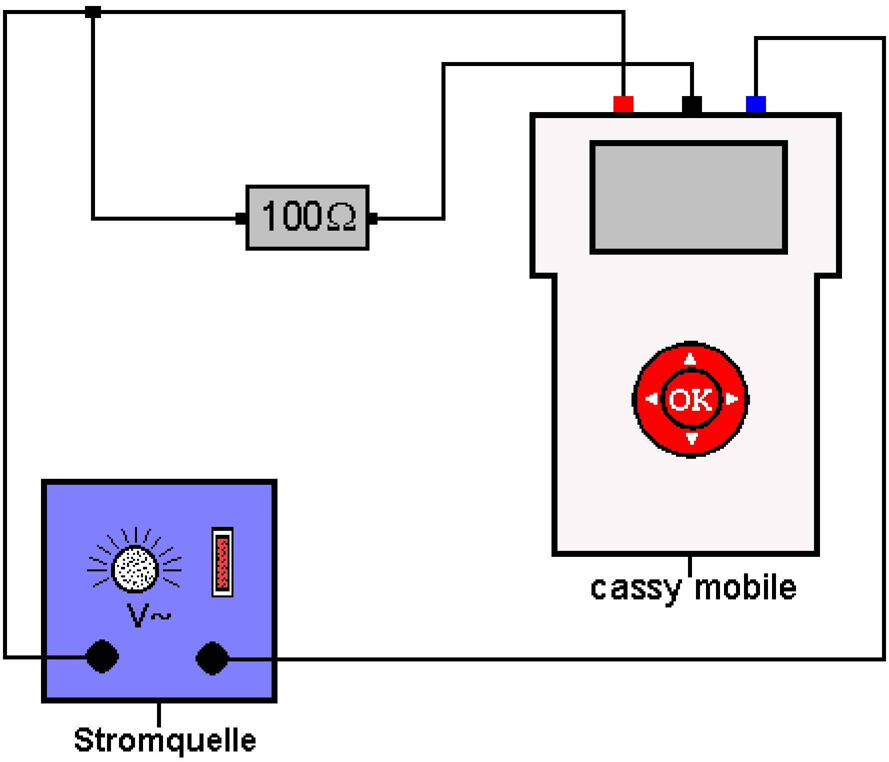


Abb.1: Versuchsaufbau

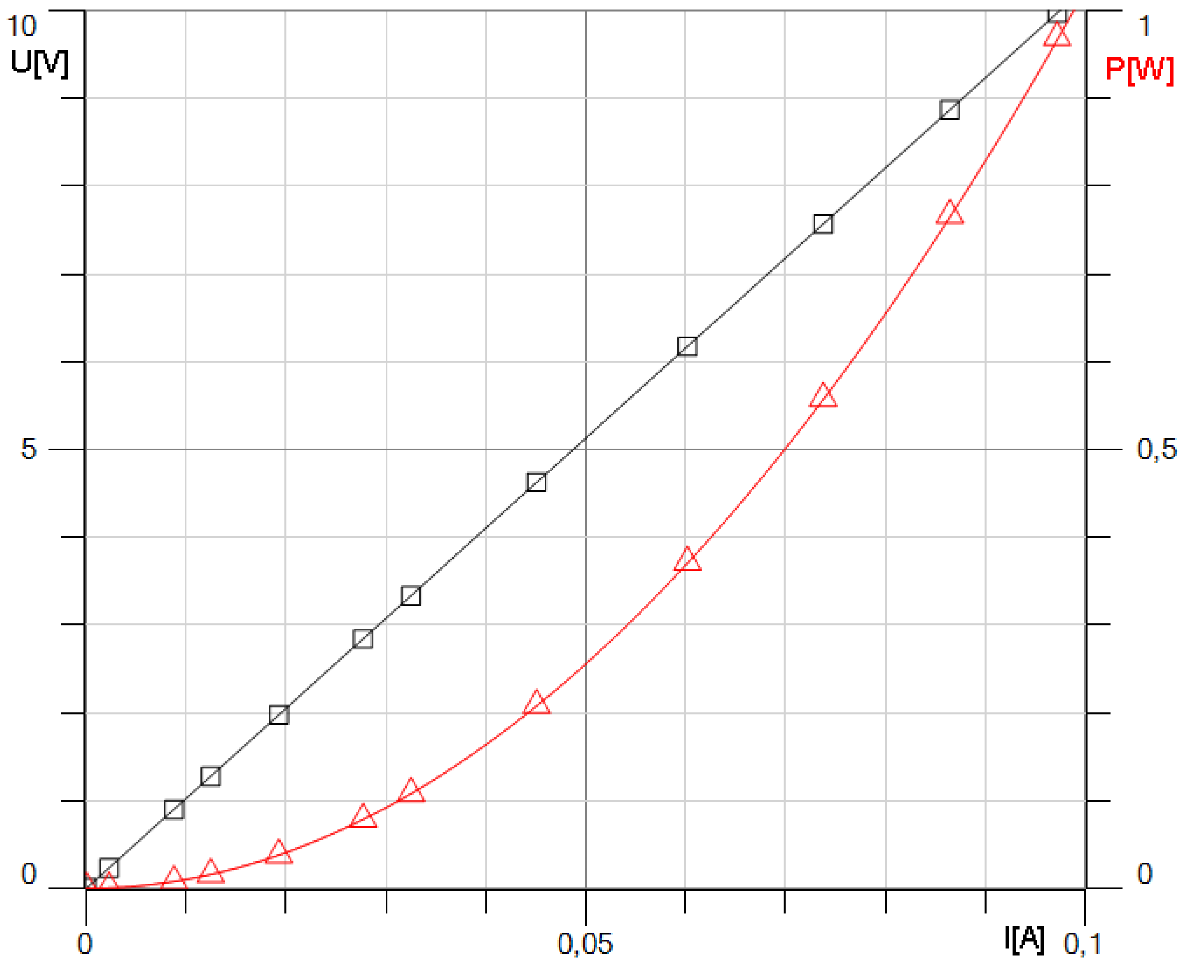


Abb.2: Messkurven

Beobachtung:
Man erhält die Messkurve in Abb. 2.
Auswertung:
Stromstärke und Spannung sind proportional zueinander. Die Leistung nimmt parabelförmig mit der Stromstärke zu. Für die Steigung m der Spannungskurve erhält man bei der Auswertung mit cassy:

$$m = 102{,}6 \frac{V}{A}$$

und für die Steigung k der Leistungskurve:

$$k = 102{,}3 \frac{W}{A^2}.$$

Beide entsprechen dem Ohmschen Widerstand. Gemessener und auf dem Widerstand angegebener Wert stimmen sehr gut überein.

Versuch 3: kapazitativer Widerstand
Geräte:
Man benötigt einen Funktionsgenerator, Kondensatoren mit den Werten C = 1 µF, 5 µF, 10 µF, 15 µF und 20 µF, ein Voltmeter und ein Amperemeter oder cassy mobile.
Aufbau und Durchführung:
Man verbindet den Kondensator C = 1 µF über das Amperemeter mit dem Funktionsgenerator und legt das Voltmeter parallel zum Kondensator. Benutzt man cassy mobile, so ersetzt man im Versuchsaufbau in Abb. 1 zu Versuch 2 den Widerstand durch den Kondensator C = 1 µF. Man stellt am Funktionsgenerator die Frequenz f_1 = 50 Hz und die Ausgangsspannung U_{eff} = 3 V ein. Dann erhöht man die Frequenz in Schritten von Δf = 50Hz bis auf f_2 = 250 Hz. Bei einer Frequenz von f = 100 Hz ersetzt man den Kondensator C = 1 µF nach und nach durch die anderen Kapazitäten.
Beobachtung:
Man erhält die Spalten 1 - 3 in den Ergebnistabellen 1 und 2.
Auswertung:
Man berechnet mit der Definitionsgleichung

$$R_C = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

für alle Teilversuche den Widerstand R_C und erhält die 4. Spalten in beiden Tabellen. Man bildet in Tabelle 1 für alle Messpaare das Produkt aus dem kapazitativen Widerstand R_C und der Frequenz f. Es ergeben sich die Werte in Spalte 5. Da das Produkt konstant ist, folgt, dass der kapazitative Widerstand antiproportional zur Frequenz f ist. In Tabelle 2 multipliziert man den kapazitativen Widerstand R_C mit der Kapazität C und erhält die Werte in Spalte 5. Da sie konstant sind, muss der kapazitative Widerstand R_C antiproportional zur Kapazität C sein. Fasst man die Ergebnisse beider Tabellen zusammen, so ergibt sich mit 1/m als Proportionalitätsfaktor

$$R_C = \frac{1}{m * C * f}.$$

f[Hz]	U_{eff}[V]	I_{eff}[mA]	R_C[Ω]	R_C*f[Ω*Hz]
50	3	0,97	3093	$1{,}55*10^5$
100	3	1,90	1579	$1{,}58*10^5$
150	3	2,95	1017	$1{,}53*10^5$
200	3	3,90	769	$1{,}54*10^5$
250	3	4,85	619	$1{,}55*10^5$
				$1{,}55*10^5$

Tabelle 1: Abhängigkeit R_C von f

C[µF]	U_{eff}[V]	I_{eff}[mA]	R_C[Ω]	R_C*C[Ω*F]
1	3	1,90	1579	$1{,}579*10^{-3}$
5	3	9,50	316	$1{,}580*10^{-3}$
10	3	19,0	158	$1{,}580*10^{-3}$
15	3	29,0	103	$1{,}545*10^{-3}$
20	3	37,0	78	$1{,}568*10^{-3}$
				$1{,}5704*10^{-3}$

Tabelle 2: Abhängigkeit R_C von C

Löst man diese Gleichung nach m auf, so folgt

$$m = \frac{1}{R_C * C * f}.$$

Aus der ersten Tabelle ergibt sich für m

$$m_1 = \frac{1}{1{,}55 * 10^5 \Omega * Hz * 1 * 10^{-6} F} = 6{,}45$$

aus der zweiten

$$m_2 = \frac{1}{1{,}5704 * 10^{-3} \Omega * F * 100 Hz} = 6{,}37.$$

Als Mittelwert erhält man

$$m = 6{,}41.$$

Dieser Wert stimmt recht gut mit dem theoretischen Wert von 2π aus Kapitel 2.3 überein. Der Faktor m ist dimensionslos, wie die Einheitenanalyse zeigt:

$$[m] = \frac{1}{\Omega * F * Hz} = \frac{1}{\frac{V}{A} * \frac{C}{V} * \frac{1}{s}} = 1.$$

Versuch 4: induktiver Widerstand

Geräte:

Man benötigt einen Funktionsgenerator, Spulen mit unterschiedlichen Induktivitäten etwa L = 8,4 mH, 35 mH und 100 mH, ein Voltmeter, ein Amperemeter oder cassy mobile.

Aufbau und Durchführung:

Man verbindet die Spule mit L = 35 mH über das Amperemeter mit dem Funktionsgenerator und legt das Voltmeter parallel zur Spule. Benutzt man cassy mobile, so ersetzt man im Versuchsaufbau in Abb. 1 zu Versuch 2 den Widerstand durch die Induktivität L = 35 mH. Man stellt am Funktionsgenerator die Frequenz f_1 = 500 Hz und die Ausgangsspannung U_{eff} = 3V ein. Dann erhöht man die Frequenz in Schritten von Δf = 500Hz bis auf f_2 = 2500 Hz. Bei einer Frequenz von f = 1000Hz ersetzt man die Spule L nach und nach durch die anderen Induktivitäten.

f[Hz]	U_{eff}[V]	I_{eff}[mA]	R_L[Ω]	R_L/f[Ω/Hz]
500	3	27,9	107,5	0,215
1000	3	13,8	217,4	0,217
1500	3	9,3	322,6	0,215
2000	3	7,05	425,5	0,213
2500	3	5,7	526,3	0,211
				0,2142

Tabelle 1: Abhängigkeit R_L von f

L[mH]	U_{eff}[V]	I_{eff}[mA]	R_L[Ω]	R_L/L[Ω/H]
8,4	3	55,5	54,1	6440
35	3	13,8	217,4	6211
100	3	4,65	645,2	6452
				6367,7

Tabelle 2: Abhängigkeit R_L von L

Beobachtung:

Man erhält die Spalten 1-3 in den Ergebnistabellen 1 und 2.

Auswertung:

Man berechnet mit der Definitionsgleichung

$$R_L = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

für alle Teilversuche den Widerstand R_L und erhält die 4. Spalten in den beiden Tabellen. Man bildet in Tabelle 1 für alle Fälle den Quotienten aus dem induktiven Widerstand R_L und der Frequenz f. Es ergeben sich die Werte in Spalte 5. Da der Quotient konstant ist, folgt, dass der induktive Widerstand proportional zur Frequenz f ist. In Tabelle 2 dividiert man den induktiven Widerstand durch die Induktivität L und erhält die Werte in Spalte 5. Da sie konstant sind, muss der induktive Widerstand auch proportional zur Induktivität L sein. Fasst man die Ergebnisse beider Tabellen zusammen, so ergibt sich mit m als Proportionalitätsfaktor

$$R_L = m * f * L.$$

Löst man diese Gleichung nach m auf, so folgt

$$m = \frac{R_L}{L * f}.$$

Aus der ersten Tabelle ergibt sich für m

$$m_1 = \frac{0{,}2142\Omega * s}{34{,}6 * 10^{-3}H} = 6{,}19$$

aus der zweiten

$$m_2 = \frac{6367{,}7\Omega * s}{1000H} = 6{,}37.$$

Als Mittelwert erhält man

$$m = 6{,}28.$$

Dieser Wert stimmt sehr gut mit dem theoretischen Wert von 2π aus Kapitel 2.3 überein. Der Faktor m ist dimensionslos, wie die Einheitenanalyse zeigt:

$$[m] = \frac{\Omega * s}{H} = \frac{\frac{V}{A} * s}{\frac{V}{A} * s} = 1.$$

Versuch 5a: Reihenschaltung

Geräte:

Man benötigt einen Kondensator mit C = 1 µF, eine Spule mit L = 35 mH, eine Lampe mit den Kenndaten 4V/0,04A, einen Funktionsgenerator mit Frequenzen zwischen 100 und 1500Hz und Experimentierkabel.

Aufbau und Durchführung:

Man schließt den Kondensator, die Spule und die Lampe in Reihe an den Funktionsgenerator an. Man schaltet ihn ein und stellt eine Frequenz f = 850 Hz ein. Man erhöht die Amplitude der Wechselspannung so weit, bis die Lampe hell leuchtet. Man regelt die Frequenz auf f_1 = 100 Hz herunter und erhöht sie langsam bis auf f_2 = 1500Hz.

Beobachtung:

Zunächst leuchtet die Lampe immer heller, ab etwa f = 850Hz wird sie wieder dunkler.

Erklärung:

Nach den Überlegungen in Kapitel 2.3 gilt bei Reihenschaltung für den Gesamtwiderstand

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

Er besitzt sein Minimum, wenn der induktive und kapazitative Widerstand gleich sind. Dann fließt der maximale Strom. Dieser Fall tritt bei einer Frequenz auf, für die nach Kapitel 2.3 gilt:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Setzt man die gegebenen Werte ein, so folgt:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{35 * 10^{-3}H * 1 * 10^{-6}F}} = 851Hz.$$

Gemessener und theoretischer Wert stimmen sehr gut überein.

<u>Versuch 5b: Resonanzkurve Reihenschaltung</u>

Geräte:

Man benötigt einen Kondensator mit C = 1 µF, eine Spule mit L = 35 mH, eine Lampe mit den Kenndaten 4V/0,04A, einen Funktionsgenerator mit Frequenzen zwischen 100 und 1500Hz, ein Messwerterfassungssystem, etwa cassy mobile der Firma Leybold, die passende Frequenzbox und Experimentierkabel.

Aufbau und Durchführung:

Man baut die Schaltung nach Abb. 1 auf, schaltet den Frequenzgenerator ein und stellt eine Frequenz f = 850 Hz ein. Man erhöht die Amplitude der Wechselspannung so weit, bis die Lampe hell leuchtet. Man regelt die Frequenz auf f_1 = 100 Hz herunter und erhöht sie in Schritten von Δf = 100 Hz, zwischen 800 und 900 Hz in Schritten von Δf = 20 Hz, bis auf f_2 = 1500Hz. Für jede Frequenz speichert man das Messwertpaar, in dem man die OK-Taste drückt. Man stellt in cassy mobile in einem Diagramm die Effektivstromstärke I_{eff} gegen die Frequenz f dar.

Beobachtung:

Man erhält die Resonanzkurve in Abb.2.

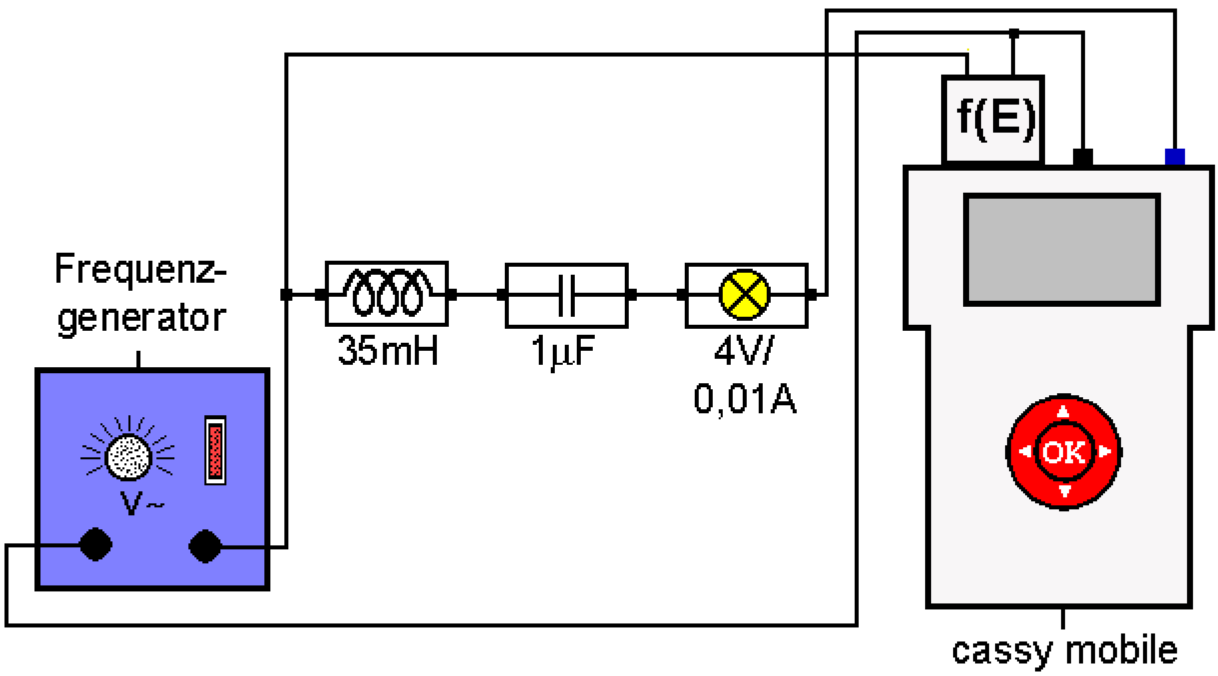


Abb.1: Versuchsaufbau

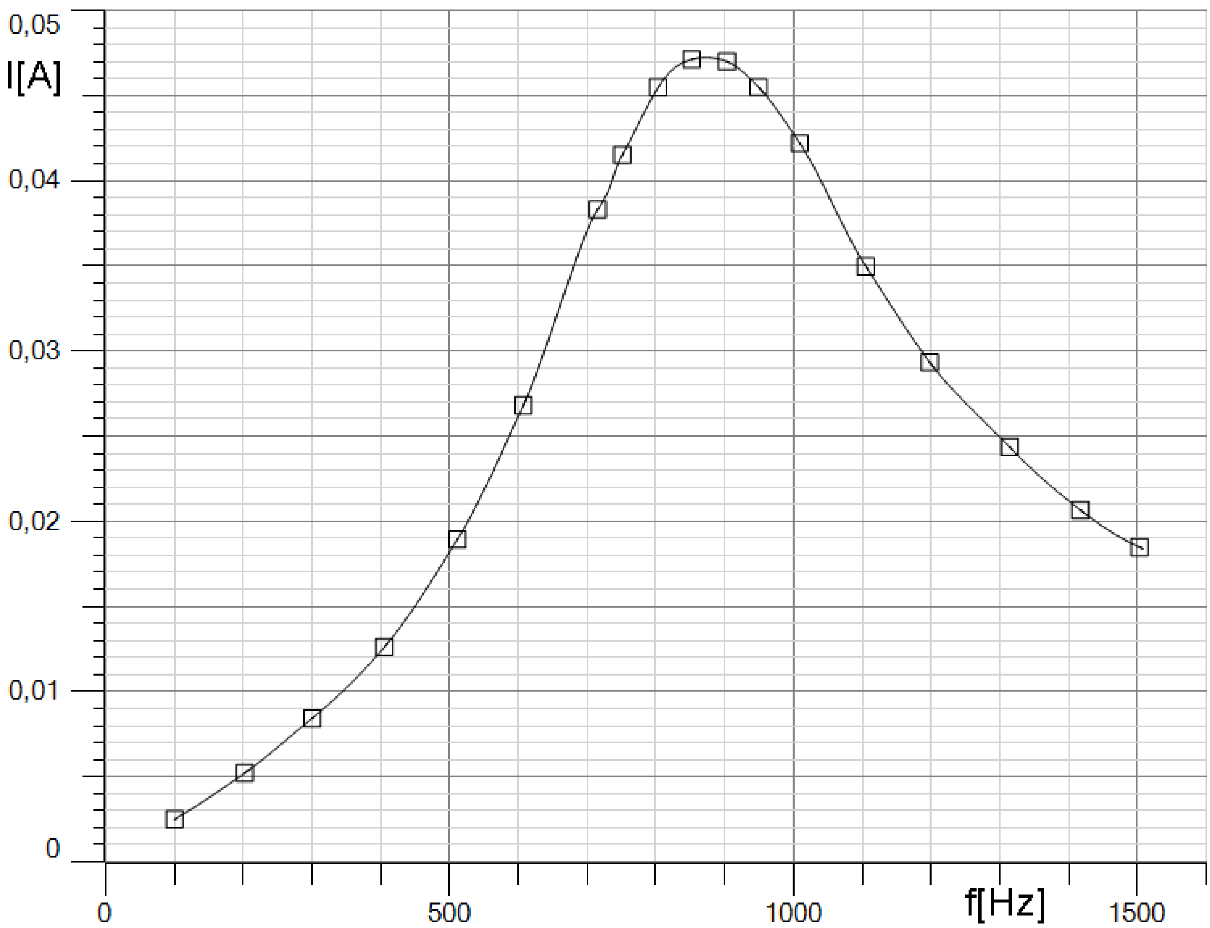


Abb.2: Resonanzkurve Reihenschaltung

Auswertung:
Aus der Kurve liest man eine Resonanzfrequenz zwischen 850 und 900 Hz ab, in guter Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert.

<u>Versuch 6a: Parallelschaltung</u>
Geräte:
Man benötigt einen Kondensator mit C = 1 µF, eine Spule mit L = 35 mH, eine Lampe mit den Kenndaten 4V/0,04A, einen Funktionsgenerator mit Frequenzen zwischen 100 und 1500Hz und Experimentierkabel.
Aufbau und Durchführung:
Man schaltet den Kondensator und die Spule parallel und schließt sie in Reihe mit der Lampe an den Funktionsgenerator an (s. Abb. 1). Man schaltet ihn ein und stellt eine Frequenz f_1 = 100 Hz ein. Man erhöht die Amplitude der Wechselspannung so weit, bis die Lampe hell leuchtet. Man erhöht die Frequenz langsam bis auf f_2 = 1500Hz.
Beobachtung:
Zunächst wird die Lampe immer dunkler, geht bei ca. f = 850 Hz ganz aus und leuchtet ab dieser Frequenz wieder immer heller.
Erklärung:
Nach den Überlegungen in Kapitel 2.3 besitzt der Strom in einer Parallelschaltung aus Kondensator und Spule sein Minimum bei einer Frequenz f, für die gilt:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Setzt man die gegebenen Werte ein, so folgt:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{35 * 10^{-3}H * 1 * 10^{-6}F}} = 851Hz.$$

Gemessener und theoretischer Wert stimmen sehr gut überein.

Versuch 6b: Resonanzkurve Parallelschaltung

Geräte:

Man benötigt einen Kondensator mit C = 1 µF, eine Spule mit L = 35 mH, eine Lampe mit den Kenndaten 4V/0,04A, einen Funktionsgenerator mit Frequenzen zwischen 100 und 1500Hz, ein Messwerterfassungssystem, etwa cassy mobile der Firma Leybold, die passende Frequenzbox und Experimentierkabel.

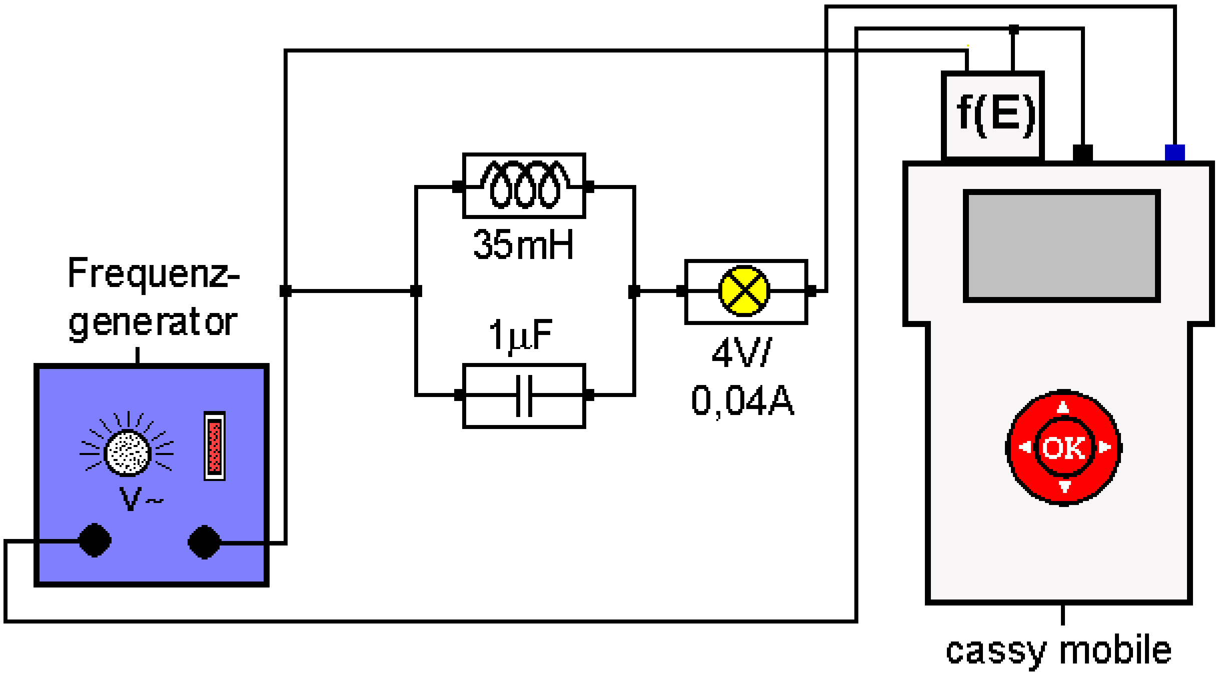


Abb.1: Versuchsaufbau

Aufbau und Durchführung:

Man baut die Schaltung nach Abb.1 auf. Man schaltet den Frequenzgenerator ein und stellt eine Frequenz f = 100 Hz ein. Man erhöht die Amplitude der Wechselspannung so weit, bis die Lampe hell leuchtet. Man erhöht die Frequenz in Schritten von Δf = 100 Hz, zwischen 800 und 900 Hz in Schritten von Δf = 20 Hz, bis auf f = 1500Hz. Für jede Frequenz speichert man das Messwertpaar, in dem man die OK-Taste drückt. Man trägt in cassy mobile in einem Diagramm die Effektivstromstärke I_{eff} gegen die Frequenz f auf.

Beobachtung:

Man erhält die Resonanzkurve in Abb. 2.

Auswertung:
Aus der Kurve liest man eine Resonanzfrequenz zwischen 850 und 900 Hz ab, in guter Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert.

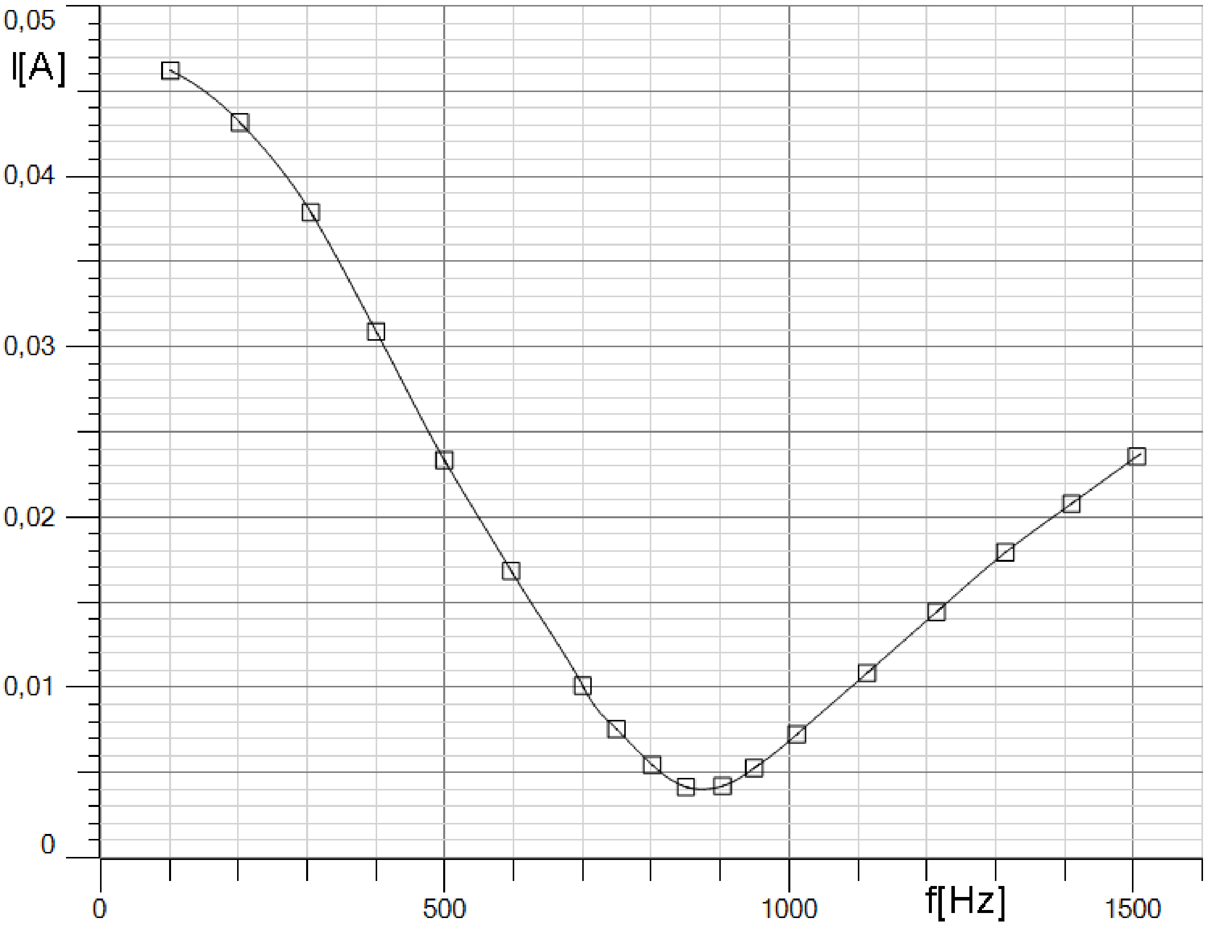


Abb.2: Resonanzkurve Parallelschaltung

3.4 Leistungen

Versuch 1a: <u>Leistung Ohmscher Widerstand</u>

Aufbau und Durchführung:

Man baut die Schaltung nach Abb. 1 auf. Man wählt in cassy mobile bei Strom und Spannung die Option Momentanwerte und aktiviert die Leistungsmessung P. Man stellt eine Messzeit t = 50 ms ein. Man wählt an der Spannungsquelle eine Spannung von U = 3 V und startet cassy mobile. Die Messung stoppt nach 50 ms von selbst. Man erstellt mit cassy mobile zusätzlich zu den I(t)-, U(t)- und P(t)- Messdiagrammen ein I(U)- bzw. P(U)-Diagramm.

Beobachtung

Man erhält z.B. die Messkurven in Abb. 2 und Abb. 3. Die schwarze Kurve entspricht der Spannungskurve, die rote der Stromkurve und die blaue der Leistungskurve.

Auswertung

Die Spannung U und die Stromstärke I sind zu jedem Zeitpunkt in Phase, wie man aus der Abb. 2 ablesen kann. Da die Leistung stets im positiven Bereich verläuft, liegt reine Wirkleistung vor. Die Leistungskurve besitzt die doppelte Frequenz der Spannungs- und Stromstärkekurve, da sie quadratisch von der Spannung bzw. Stromstärke abhängt. Abb. 3 zeigt das I(U)- und das P(U)-Diagramm. U und I sind in Phase, da sich eine exakte Gerade ergibt. Außerdem erkennt man deutlich die parabelförmige quadratische Abhängigkeit der Leistung P von der Spannung U. Aus der Kurve liest man ab:

$$U_{max} = 2{,}85V$$

$$I_{max} = 0{,}028A.$$

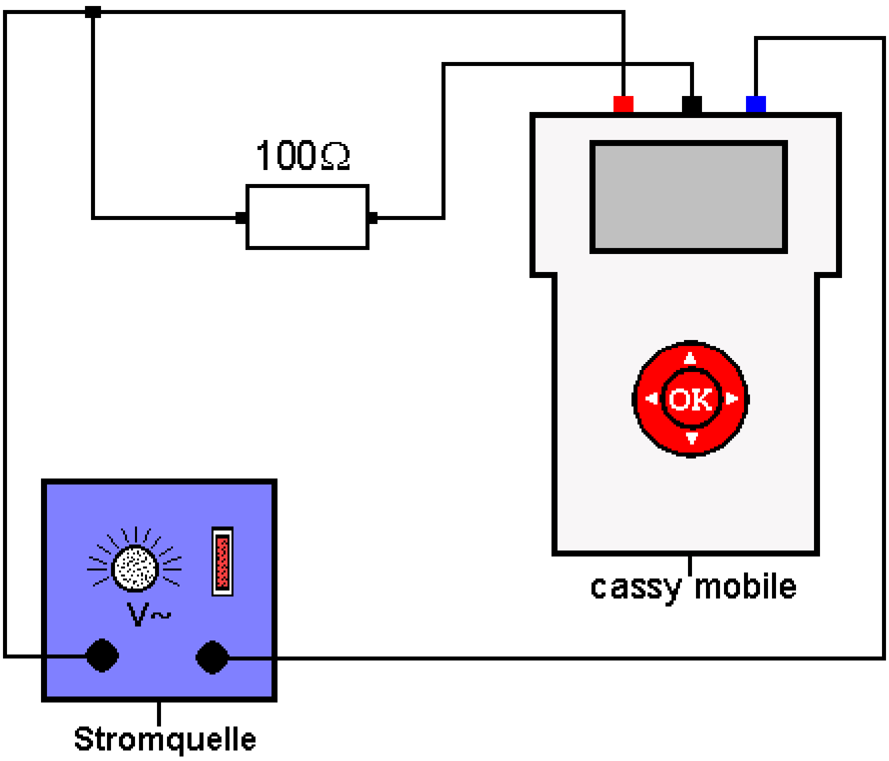


Abb.1: Versuchsaufbau

Damit erhält für den Widerstand den Wert

$$R = \frac{2{,}85V}{0{,}028A} = 101{,}8\Omega.$$

Dieser Wert stimmt sehr gut mit der Aufschrift 100 Ω auf dem Messwiderstand überein.
Die Geradenauswertung des I(U)-Diagramms liefert die Steigung

$$m = 0{,}00986\frac{A}{V}$$

und damit für den Widerstand R

$$R = \frac{1}{m} = 101{,}4\Omega.$$

Dieser Wert stimmt sehr gut mit der Aufschrift 100 Ω auf dem Messwiderstand überein.

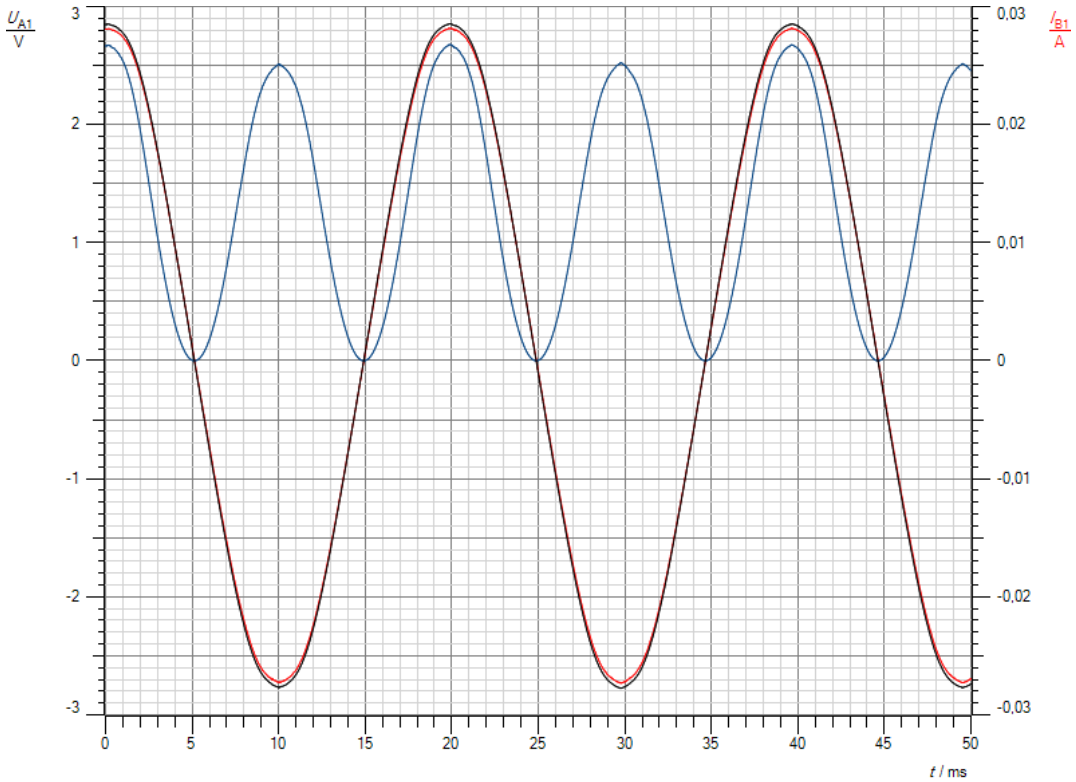


Abb.2: U(t), I(t) und P(t)-Diagramm für einen Ohmschen Widerstand

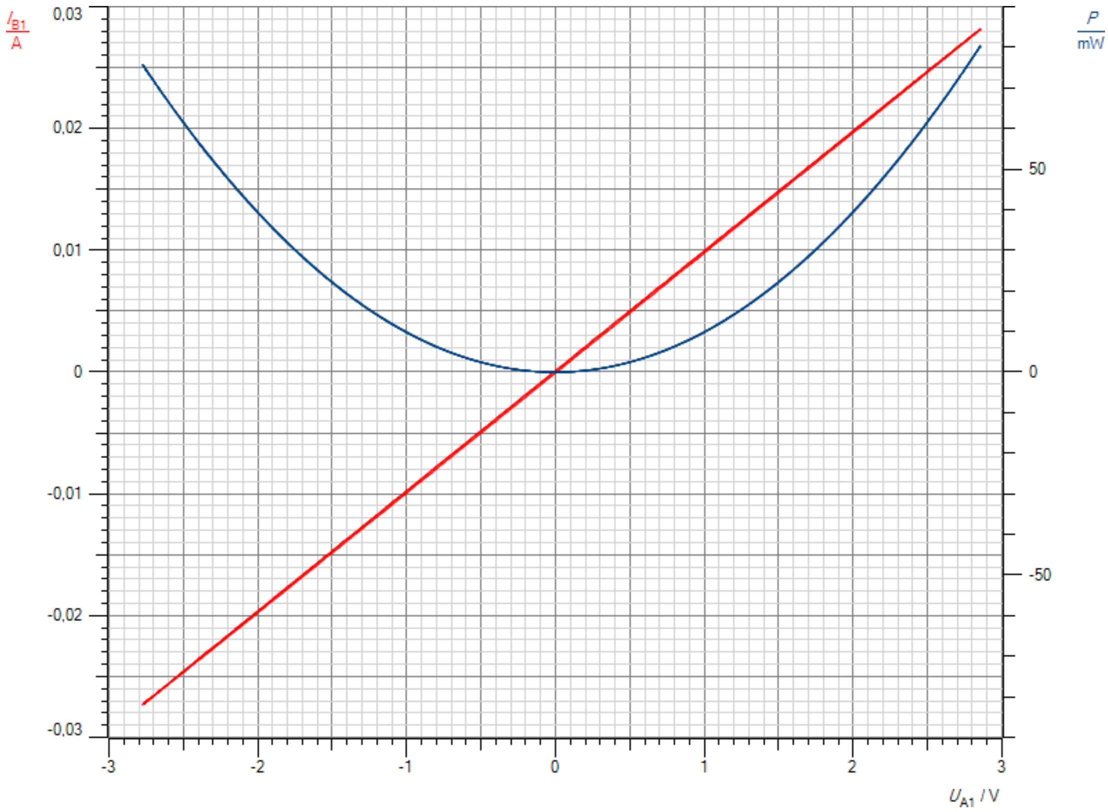


Abb.3: I(U) und P(U)-Diagramm für einen Ohmschen Widerstand

<u>Versuch 1b: Leistung kapazitativer Widerstand</u>

Aufbau und Durchführung:

Man baut die Schaltung nach Abb. 1 auf. Man wählt in cassy mobile bei Strom und Spannung die Option Momentanwerte und aktiviert die Leistungsmessung P. Man stellt eine Messzeit t = 50 ms ein. Man wählt an der Spannungsquelle eine Spannung von U = 3 V und startet cassy mobile. Die Messung stoppt nach 50 ms von selbst. Man erstellt mit cassy mobile zusätzlich zu den I(t)-, U(t)- und P(t)- Messdiagrammen ein I(U)- bzw. P(U)-Diagramm.

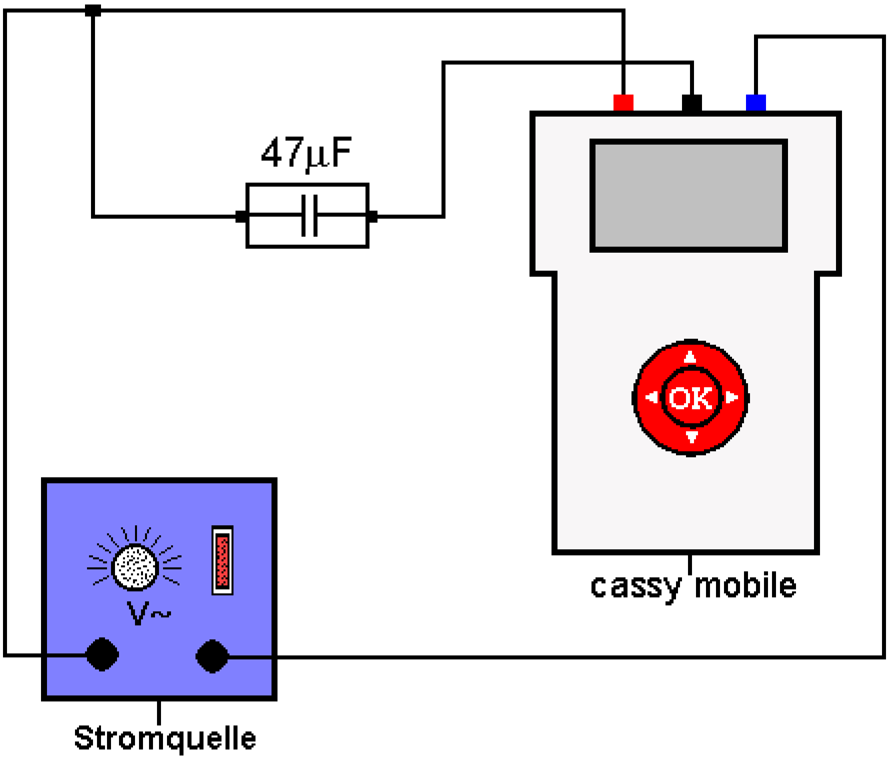


Abb.1: Versuchsaufbau

Beobachtung

Man erhält z.B. die Messkurven in Abb. 2 und Abb. 3. Die schwarze Kurve entspricht der Spannungskurve, die rote der Stromkurve und die blaue der Leistungskurve.

Auswertung

Vergleicht man den Verlauf der U(t)-Kurve und der I(t)-Kurve miteinander, so fällt auf, dass der Strom der Spannung um 90 ° voraus eilt. Die Leistung ist in einer Halbperiode positiv, in der nächsten negativ, d.h. der Kondensator nimmt in einer Halbperiode aus der Spannungsquelle Energie auf, um sie in der nächsten Halbperiode wieder an die Spannungsquelle zurück zu geben. Es handelt sich um reine Blindleistung, bedingt durch die Phasenverschiebung von 90 ° zwischen Spannung U und Stromstärke I. Da das I(U)-Diagramm ellipsenförmig verläuft, bestätigt es die Phasenverschiebung zwischen U und I von 90 °. Aus dem Verlauf des P(U)-Diagrammes folgt außerdem, dass am Kondensator eine reine Blindleistung umgesetzt wird. Ein Teil verläuft im positiven, ein Teil im negativen Bereich. Aus den Messkurven ermittelt man mit cassy die folgenden Werte:

$$U_{max} = 2{,}814V$$

$$I_{max} = 0{,}0479A.$$

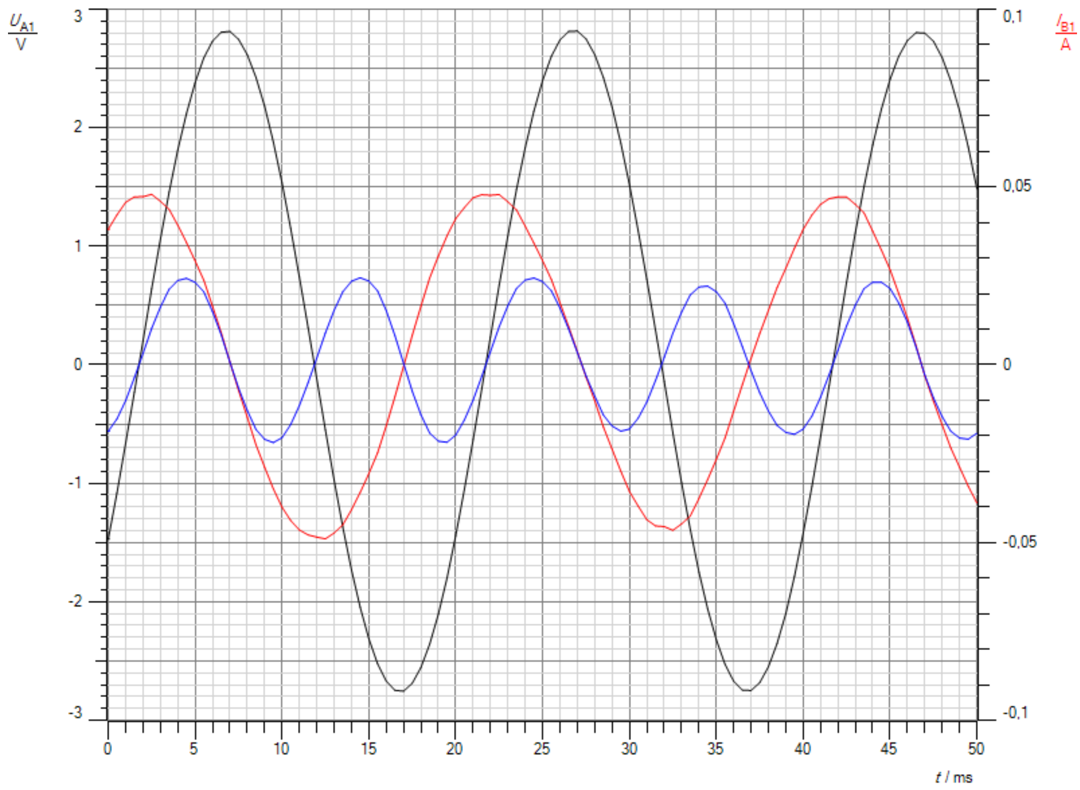


Abb.2: U(t), I(t) und P(t)-Diagramme für einen Kondensator

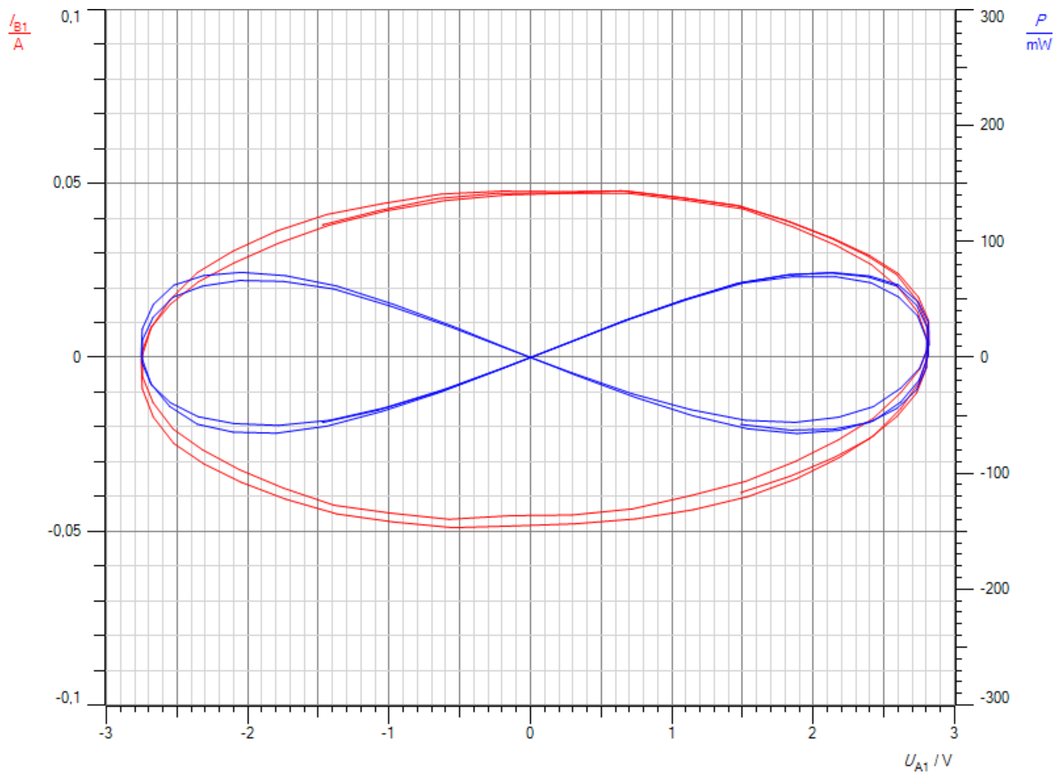


Abb.3: I(U) und P(U)-Diagramm für einen Kondensator

Für den kapazitativen Widerstand R_C eines Kondensators gilt die Gesetzmäßigkeit:

$$R_C = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{1}{2\pi f * C}$$

Daraus erhält man für die Kapazität

$$C = \frac{I_{max}}{2\pi f * U_{max}} = 54{,}2\ \mu F$$

Im Rahmen der Toleranzgrenzen für Kondensatoren von bis zu 50 % stimmt der gemessene Wert mit der Aufschrift auf dem Kondensator überein.

Versuch 1c: Leistung induktiver Widerstand

Aufbau und Durchführung:

Man baut die Schaltung nach Abb. 1 mit einer großen Leyboldspule mit n = 1000 Windungen ohne Eisenkern auf. Man wählt in cassy mobile bei Strom und Spannung die Option Momentanwerte und aktiviert die Leistungsmessung P. Man stellt eine Messzeit t = 50 ms ein. Man wählt an der Spannungsquelle eine Spannung von U = 3 V und startet cassy mobile. Die Messung stoppt nach 50 ms von selbst. Man erstellt mit cassy mobile zusätzlich zu den I(t)-, U(t)- und P(t)- Messdiagrammen ein I(U)- bzw. P(U)-Diagramm. Man wiederholt die Messung, in dem man einen Eisenkern in die Spule steckt.

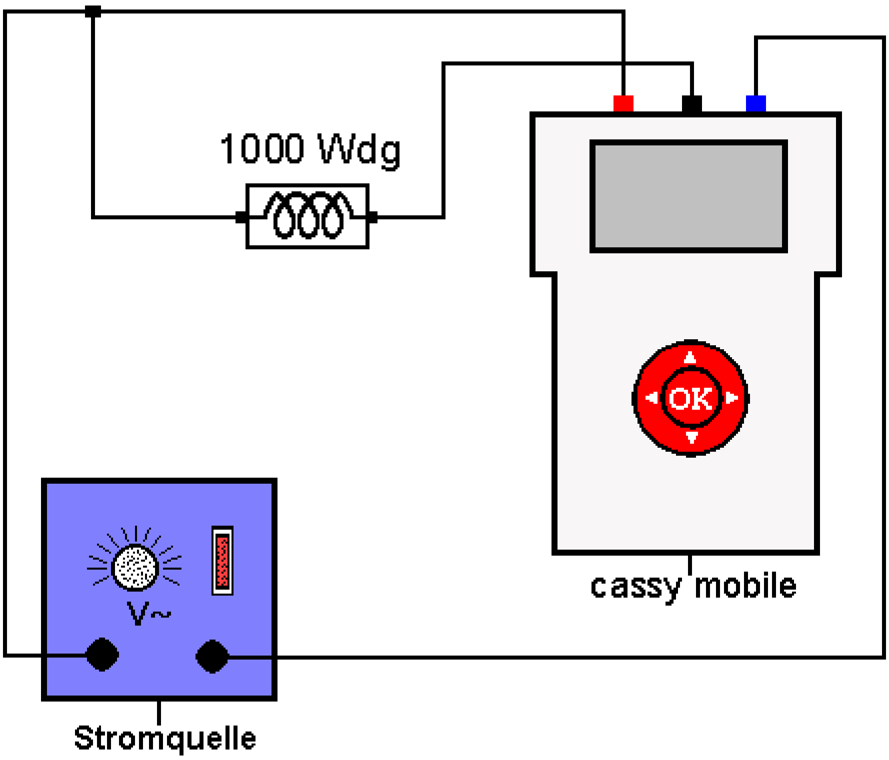


Abb.1: Versuchsaufbau

Beobachtung
Man erhält z.B. die Messkurven in Abb. 2 - 5. Die schwarze Kurve entspricht jeweils der Spannungskurve, die rote der Stromkurve und die blaue der Leistungskurve.
Auswertung
Bei den Kurven eilt stets die Spannung dem Strom voraus, beim Versuch mit Eisenkern mehr als beim Versuch ohne Eisenkern. Beim Versuch ohne Eisenkern liegt die Leistung zu einem großen Teil im positiven Bereich, beim Versuch mit Eisenkern etwa symmetrisch zum Nulldurchgang, wobei der positive Bereich leicht überwiegt. Ohne Eisenkern sind der Ohmsche Widerstand und der induktive Widerstand etwa gleich groß. Damit ergibt sich zwischen U und I eine Phasenverschiebung von etwa 45°. Mit Eisenkern ist der induktive Widerstand deutlich größer als der Ohmsche Widerstand, die Phasenverschiebung nähert sich 90°. Beim Versuch ohne Eisenkern sind die Wirkleistung und die Blindleistung in etwa gleich, da Ohmscher und induktiver Widerstand etwa den gleichen Wert haben. Mit Eisenkern überwiegt die Blindleistung, da der induktive Widerstand weit größer ist als der Ohmsche Widerstand. Aus den Diagrammen liest man ab:

ohne Eisenkern:

$$U_{max} = 6{,}4V$$
$$U(14ms) = 0V$$
$$I_{max} = 0{,}43A$$
$$I(14ms) = 0{,}3A.$$

Damit erhält man für die Phasenverschiebung φ

$$\phi = sin^{-1}\left(\frac{0{,}3A}{0{,}43A}\right) = 44{,}2°.$$

mit Eisenkern:

$$U_{max} = 7{,}4V$$
$$U(8ms) = 0V$$
$$I_{max} = 0{,}1A$$
$$I(8ms) = 0{,}099A.$$

Damit erhält man für die Phasenverschiebung φ

$$\phi = sin^{-1}\left(\frac{0{,}099A}{0{,}1A}\right) = 81{,}9°.$$

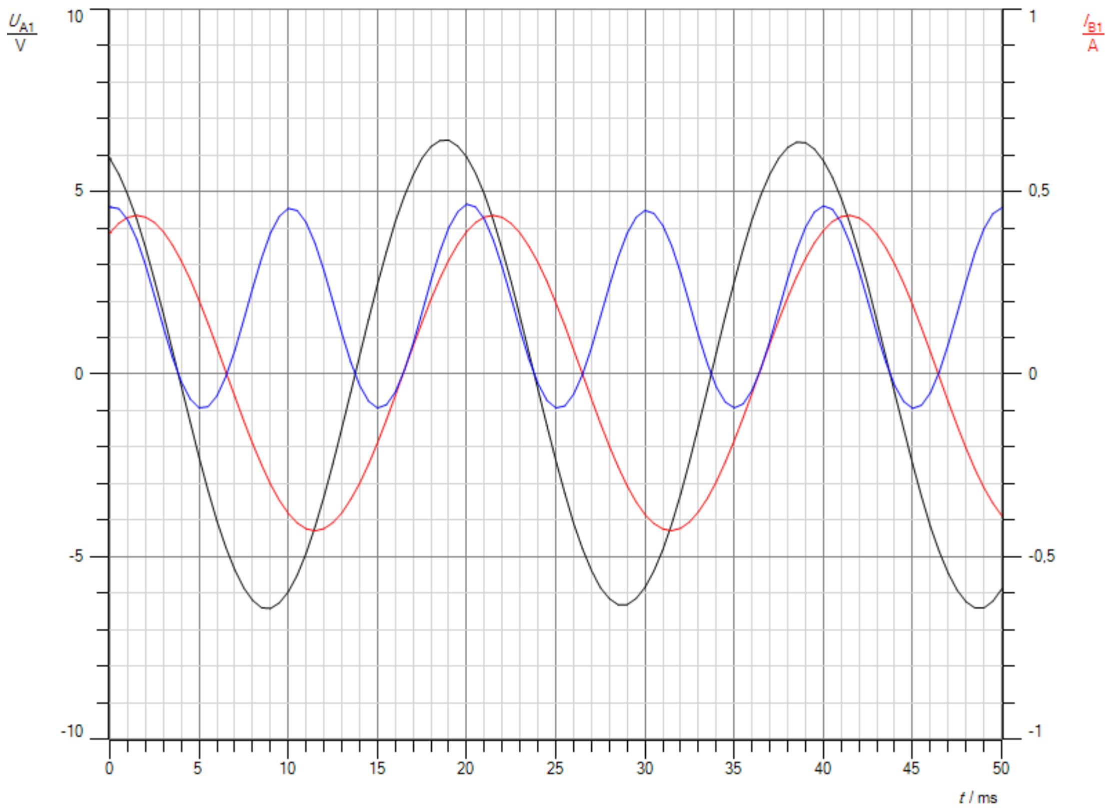


Abb.2: U(t), I(t) und P(t)-Diagramm für eine Spule ohne Eisenkern

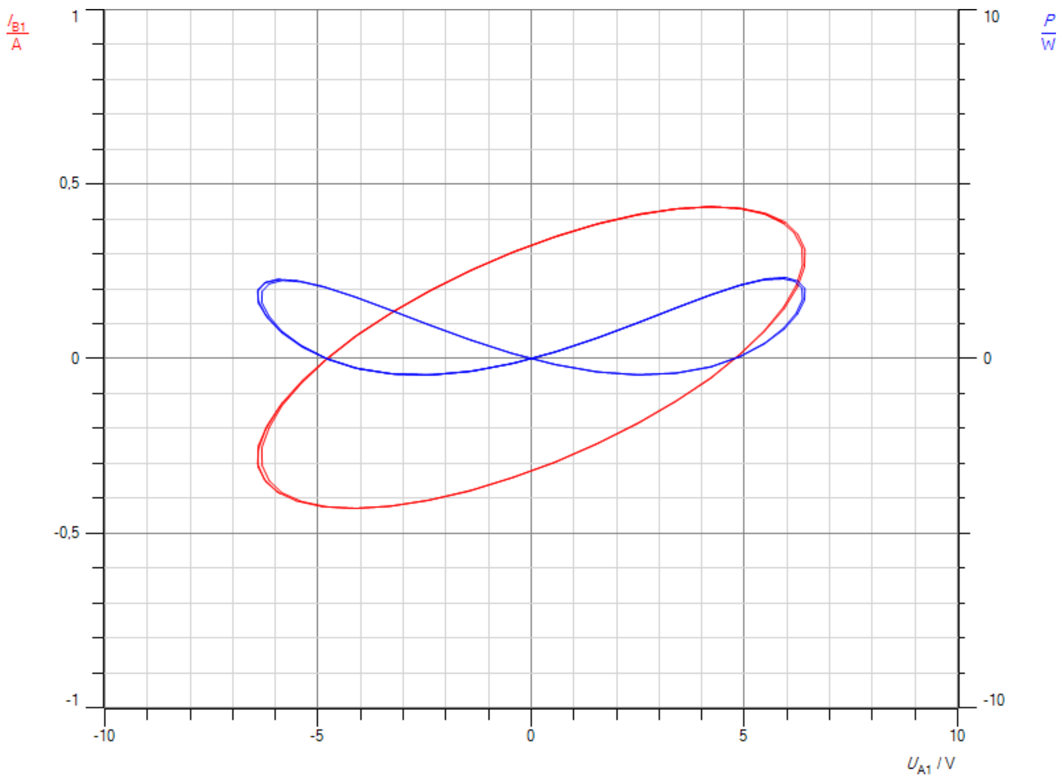


Abb 3: I(U) und P(U)-Diagramm für eine Spule ohne Eisenkern

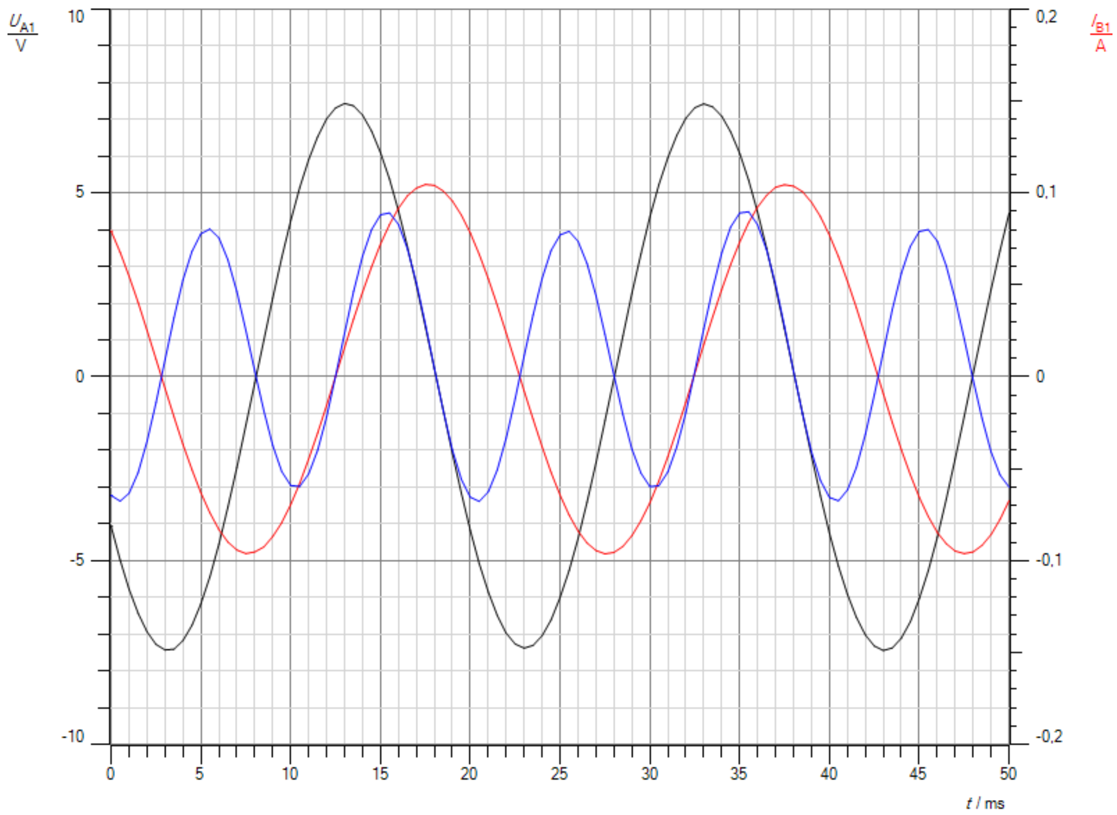


Abb.4: U(t), I(t) und P(t)-Diagramm für eine Spule mit Eisenkern

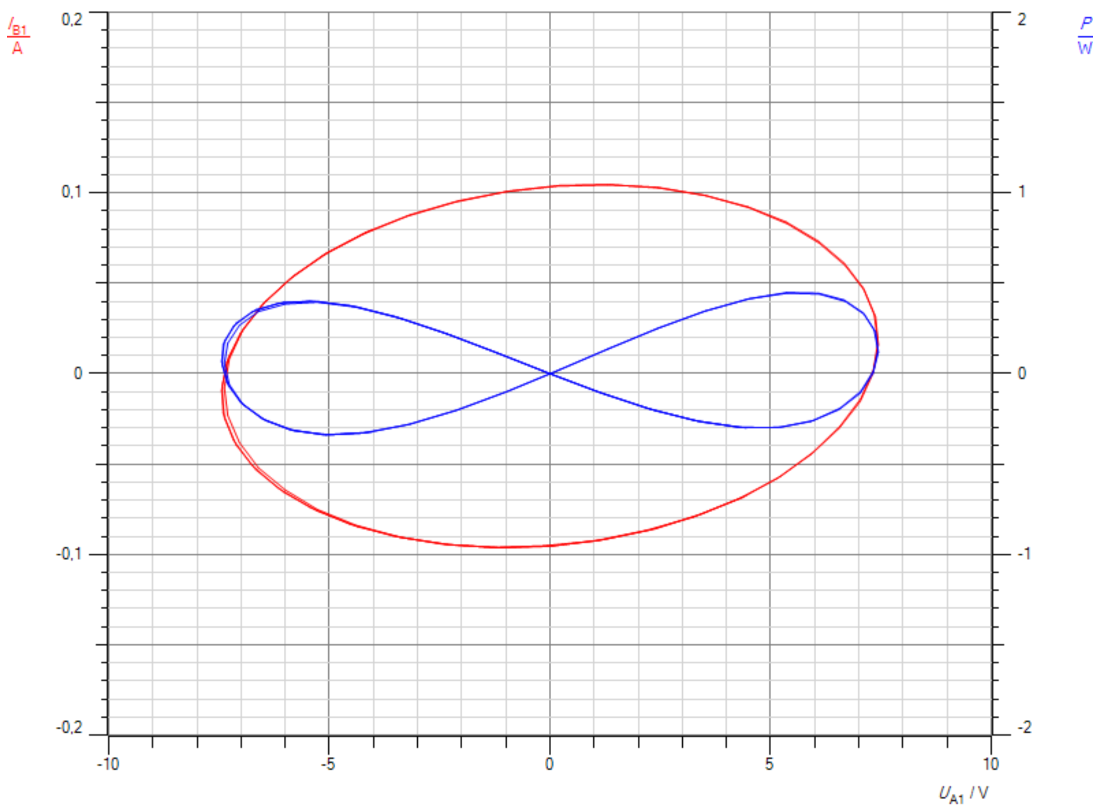


Abb.5: I(U) und P(U)-Diagramm für eine Spule mit Eisenkern

Mit den aus den Kurven abgelesenen Werten gilt:

ohne Eisenkern

$$Z = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{6{,}4V}{0{,}43A} = 14{,}9\Omega.$$

$$P_S = U_{eff} * I_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} * \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = 4{,}53V * 0{,}304A$$

$$= 1{,}377W$$

$$P_W = U_{eff} * I_{eff} * cos\phi = 4{,}53V * 0{,}304A * cos(44{,}2°)$$

$$= 0{,}987W$$

$$P_B = U_{eff} * I_{eff} * sin\phi = 4{,}53V * 0{,}304A * sin(44{,}2°)$$

$$= 0{,}960W.$$

mit Eisenkern

$$Z = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{7{,}4V}{0{,}1A} = 74\Omega.$$

$$P_S = U_{eff} * I_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} * \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = 5{,}23V * 0{,}0707A$$

$$= 0{,}37W$$

$$P_W = U_{eff} * I_{eff} * cos\phi = 5{,}23V * 0{,}0707A * cos\,81{,}9°$$

$$= 0{,}052W$$

$$P_B = U_{eff} * I_{eff} * sin\phi = 5{,}23V * 0{,}0707A * sin(81{,}9°)$$

$$= 0{,}366W.$$

Abb. 3 stellt das I(U)- bzw. P(U)- Diagramm für die Spule ohne Eisenkern, Abb. 5 mit Eisenkern dar. Auch diese Diagramme bestätigen die Überlegungen zum Verhältnis von induktivem und Ohmschen Widerstand bzw. zur Blind- und Wirkleistung. Mit Eisenkern liegt die Hauptachse der I(U)-Ellipse fast auf der horizontalen Achse, zwischen U und I besteht eine Phasenverschiebung von fast 90°, ohne ist sie gegen die horizontale Achse geneigt aufgrund der kleineren Phasenverschiebung von etwa 45°. Mit Eisenkern liegt das P(U)-Diagramm fast symmetrisch zur horizontalen Achse, positive und negative Anteile gleichen sich fast aus. Ohne Eisenkern überwiegen die positiven Anteile. Die Spule entnimmt aus der Spannungsquelle mehr Energie auf als sie zurückgibt.

Versuch 2a: Reihenschaltung Ohmscher Widerstand

Geräte:

Man benötigt eine Lampe mit den Kenndaten 4V/0,1A, einen Ohmschen Widerstand R = 80 Ω, ein Voltmeter, ein Amperemeter, ein Wattmeter und eine einstellbare Wechselspannungsquelle mit U = 0 - 20 V. Als gemeinsames Messgerät für alle Messgrößen kann man auch cassy mobile verwenden.

Aufbau und Durchführung:

Man baut die Schaltung nach Abb. 1 zunächst ohne Widerstand auf. Man stellt cassy mobile bei Strom und Spannung auf Effektivwerte ein und aktiviert die Leistungsmessung P und die Messung des Wirkungsfaktors W = cosϕ. Man erhöht die Spannung so weit, dass ein Strom I = 0,1 A fließt. Man liest alle Messwerte ab. Dann schaltet man den Widerstand zur Lampe in Reihe und fährt die Spannung erneut hoch bis ein Strom I = 0,1 A fließt. Man notiert sich die Messwerte.

Beobachtung:

Man erhält z.B. für die Messgrößen Spannung U_{eff}, Stromstärke I_{eff}, Wirkleistung P_W und den Wirkfaktor W ohne Widerstand folgende Werte:

$$U_{eff} = 3{,}9V$$
$$I_{eff} = 0{,}1A$$
$$P_W = 0{,}39W$$
$$W = 1$$

und mit Widerstand:

$$U_{eff} = 11{,}26V$$
$$I_{eff} = 0{,}1A$$
$$P_W = 1{,}13W$$
$$W = 1.$$

Auswertung:

Die Lampe besitzt einen reinen Ohmschen Widerstand, wie der Wirkungsfaktor 1 zeigt. Er beträgt:

$$R = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{3{,}9V}{0{,}1A} = 39\Omega.$$

Sie setzt eine reine Wirkleistung

$$P_S = U_{eff} * I_{eff} = 3{,}9V * 0{,}1A = 0{,}39W.$$

um. Für die Scheinleistung P_S mit Vorwiderstand gilt:

$$P_S = U_{eff} * I_{eff} = 11{,}26V * 0{,}1A = 1{,}13W.$$

Da nur Ohmsche Widerstände im Stromkreis vorliegen, ist sie gleich der Wirkleistung. Es tritt keine Blindleistung auf. Der Wirkfaktor ist 1, da U und I in Phase sind. Nur rund 1/3 der aufgenommenen Wirkleistung wird in der Lampe umgesetzt, der Rest geht als Wärme am Vorwiderstand verloren. Ein Ohmscher Widerstand als Vorwiderstand zum Betrieb einer Lampe an einer zu hohen Spannung ist energetisch keine gute Lösung.

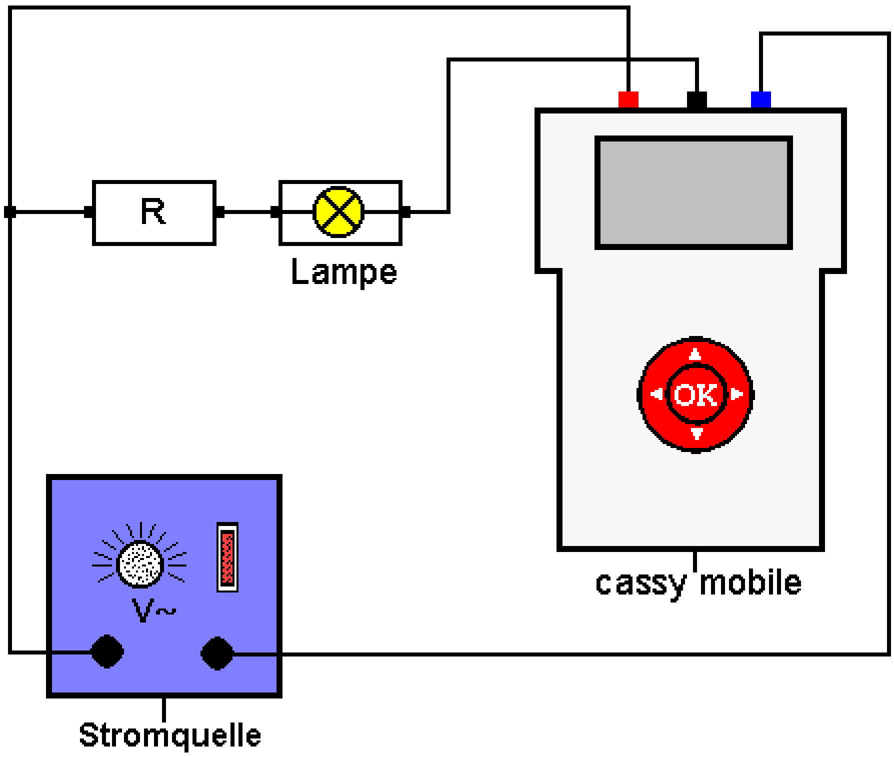


Abb.1: Versuchsaufbau

Versuch 2b: Reihenschaltung kapazitativer Widerstand

Geräte:

Man benötigt die Lampe aus Versuch 1a, zwei Kondensatoren mit C = 22 µF und C = 4,7 µF, ein Voltmeter, ein Amperemeter, ein Wattmeter und eine einstellbare Wechselspannungsquelle mit U = 0 - 20V. Als gemeinsames Messgerät für alle Messgrößen kann man auch cassy mobile verwenden. Da die Kapazitäten von Kondensatoren stark von ihren Nennwerten abweichen können, ist außerdem ein Kapazitätsmessgerät empfehlenswert.

Aufbau und Durchführung:

Man schaltet die beiden Kondensatoren parallel und misst ihre Gesamtkapazität mit dem Kapazitätsmessgerät. Dann baut man die Schaltung nach Abb. 1 aus Versuch 2a auf. Man ersetzt darin den Widerstand R durch die Parallelschaltung der beiden Kondensatoren. Man erhöht die Spannung so weit, dass ein Strom I = 0,1 A fließt. Man liest alle Messwerte ab.

Beobachtung:

Man erhält z.B. für die Messgrößen Kapazität C, Spannung U_{eff}, Stromstärke I_{eff}, Wirkleistung P_W und den Wirkfaktor W folgende Werte:

$$C = 26{,}2\mu F;$$
$$U_{eff} = 12{,}75V;$$
$$I_{eff} = 0{,}1A;$$

$P_W = 0{,}40W;$
$W = 0{,}31.$

Auswertung:
Für die Scheinleistung gilt:

$$P_S = U_{eff} * I_{eff} = 1{,}28W.$$

Die gemessene Wirkleistung entspricht der Wirkleistung der Lampe aus Versuch 1. Der Rest ist Blindleitung P_B am Kondensator. Man erhält:

$$P_B = \sqrt{P_S^2 - P_W^2} = 1{,}22W.$$

Für die Phasenverschiebung ϕ zwischen U und I gilt:

$$\phi = arctan\left(\frac{R_C}{R}\right) = arctan\left(\frac{1}{\omega C * R}\right)$$
$$= arctan\left(\frac{1}{2\pi * 50Hz * 26{,}2 * 10^{-6}F * 39\Omega}\right) = 72{,}2°.$$

Damit erhält man für den Wirkfaktor W:

$$W = cos(72{,}2°) = 0{,}31.$$

Der theoretische Wert für den Wirkfaktor stimmt sehr gut mit dem experimentellen Wert überein. Da am Kondensator nur Blindleistung auftritt, ist er als Vorwiderstand für eine Lampe energetisch erheblich besser geeignet als ein Ohmscher Widerstand, zumindest aus Sicht des Verbrauchers.

<u>Versuch 2c: Reihenschaltung induktiver Widerstand</u>
Geräte:
Man benötigt die Lampe aus Versuch 1a, zwei Phywe-Spulen mit je n = 1200 Windungen, einen dazu passenden geraden Eisenkern, ein Voltmeter, ein Amperemeter, ein Wattmeter und eine einstellbare Wechselspannungsquelle mit U = 0 – 20 V. Als gemeinsames Messgerät für alle Messgrößen kann man auch cassy mobile verwenden. Um die Induktivität der beiden Spulen messen zu können, benötigt man ferner ein Induktivitätsmessgerät.
Aufbau und Durchführung:
Man schaltet die beiden Spulen in Reihe, steckt sie auf den gemeinsamen Eisenkern und misst ihre Induktivität. Dann baut man die Schaltung nach Abb. 1 aus Versuch 2a auf. Man ersetzt darin den Widerstand R durch die Reihenschaltung der beiden Spulen. Man erhöht die Spannung so weit, dass ein Strom I = 0,1 A fließt. Man liest alle Messwerte ab.
Beobachtung:
Man erhält für die Messgrößen Induktivität L, Spannung U_{eff}, Stromstärke I_{eff}, Wirkleistung P_W und den Wirkfaktor W folgende Werte:

$L = 0{,}36H;$
$U_{eff} = 12{,}94V;$
$I_{eff} = 0{,}1A;$
$P_W = 0{,}62W;$
$W = 0{,}48.$

Auswertung:
Für die Scheinleistung P_S gilt:

$$P_S = U_{eff} * I_{eff} = 13{,}45V * 0{,}1A = 1{,}29W.$$

Die gemessene Wirkleistung ist größer als die der Lampe, weil die Spulen auch einen Ohmschen Widerstand besitzen und zwar jeweils R = 12 Ω. Damit ergibt sich insgesamt eine Wirkleistung

$$P_W = R_{ges} * I_{eff}^2 = (39\Omega + 24\Omega) * (0{,}1A)^2 = 0{,}63W.$$

Der theoretische Wert stimmt sehr gut mit dem Messwert überein. Der Rest der Leistung ist Blindleitung P_B an den Spulen. Man erhält:

$$P_B = \sqrt{P_S^2 - P_W^2} = 1{,}13W.$$

Für die Phasenverschiebung ϕ zwischen U und I gilt:

$$\phi = arctan\left(\frac{R_L}{R}\right) = arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$
$$= arctan\left(\frac{2\pi * 50Hz * 0{,}36H}{63\Omega}\right) = 60{,}8°.$$

Damit erhält man für den Wirkfaktor W:

$$W = cos(60{,}8°) = 0{,}49.$$

Der experimentelle Wert für den Wirkfaktor stimmt recht gut mit dem gemessenen Wert überein. Obwohl an den Spulen auch ein wenig Wirkleistung umgesetzt wird, da sie einen Ohmschen Widerstand besitzen, ist der Betrieb einer Lampe mit einem induktiven Widerstand als Vorwiderstand energetisch deutlich günstiger als mit einem Ohmschen Widerstand, zumindest aus Sicht des Verbrauchers.

Versuch 4: Lichtausbeute verschiedener Lampen
Geräte:
Man benötigt eine LED-Lampe, eine Energiesparlampe und eine Glühbirne mit je rund 400 Lumen Lichtstrom, eine dazu passende Lampenfassung, eine Sicherheitssteckdose und einen Energielogger oder ein Energiesmartmeter.

Durchführung:
Man betreibt jede der drei Lampen etwa 10 Minuten lang mit der Sicherheitssteckdose am Energielogger. Dann liest man die Daten aus und wertet sie mit dem passenden Programm oder manuell aus.
Beobachtung:
Man erhält die Messkurve in Abb. 1. Aus den Kurven und den Aufschriften auf den Lampen ergibt sich Tabelle 1 für die Stromstärke I, die Wirkleistung P_W, die Scheinleistung P_S und den Lichtstrom L.

	P_W[W]	P_S[W]	L[lm]	I_{eff}[A]
LED	6,5	10	470	0,043
Energiesparlampe	11,5	19,9	400	0,086
Glühbirne	39,8	39,8	380	0,174

Tabelle 1: Lampenvergleich

Bei der Energiesparlampe sinkt die Wirkleistung erst nach 15 Minuten Betriebszeit auf den auf der Lampe angegebenen Wert von P_W = 7 W.
Auswertung:
Man erkennt zunächst, dass die Glühbirne reine Wirkleistung aus dem Netz zieht, während Energiesparlampe und LED-Lampe zusätzlich eine Blindleistung P_B benötigen, so dass bei ihnen die Scheinleistung P_S größer als die Wirkleistung P_W ist. Die Glühbirne enthält eine Glühwendel, die einen rein Ohmschen Widerstand besitzt. Bei den beiden anderen Lampen wird zum Betrieb eine Zusatzelektronik benötigt, die eine Blindleistung P_B aus dem Netz entnimmt. Sie beträgt bei der LED-Lampe nach den Überlegungen in Kapitel 2.4:

$$P_B = \sqrt{P_S^2 - P_W^2} = 7{,}6W$$

und für die Energiesparlampe:

$$P_B = 16{,}24W.$$

Die Scheinleistung kann man für alle drei Lampen aus der Stromstärke nach Kapitel 2.4 wie folgt berechnen:

$$P_S = U_{eff} * I_{eff}.$$

Man erhält für die drei Lampen mit Ueff = 230V:

$$P_S(LED) = 9{,}9W$$
$$P_S(Energiesparlampe) = 19{,}8W$$
$$P_S(Glühbirne) = 40W.$$

Diese Werte stimmen sehr gut mit den gemessenen überein.

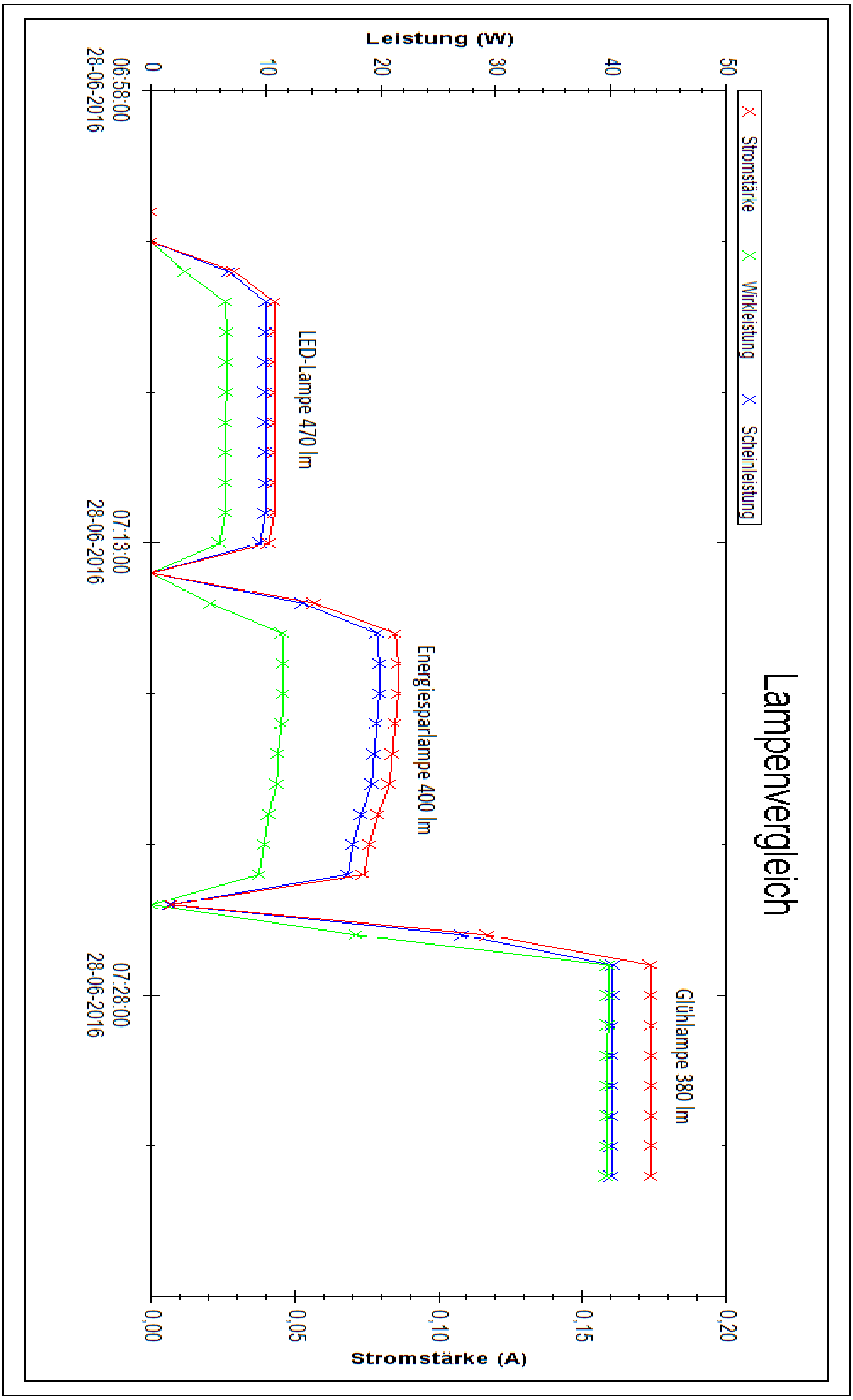


Abb.1: Lampenvergleich

Für die Lichtausbeute A, also den Lichtstrom L pro Watt Wirkleistung P_W gilt:

$$A = \frac{L}{P_W}.$$

Es ergeben sich für die drei Lampen folgende Werte:

$$A(LED) = 72.3lm/W$$

$$A(Energiesparlampe) = 34{,}8lm/W$$

$$A(Glühbirne) = 9{,}5lm/W.$$

Bleibt die Energiesparlampe mehr als 15 Minuten in Betrieb, so steigt ihre Lichtausbeute auf 57,1 lm/W. Sie liegt dennoch unter der Lichtausbeute von LED-Lampen, die auch bei kurzen Einschaltzeiten stets ihre maximale Lichtausbeute erreichen. Neuere LED-Lampen haben inzwischen eine Lichtausbeute von 100 lm/W.

<u>Versuch 5: Vergleich verschiedener Kühlaggregate</u>

Geräte:

Man benötigt verschiedene alte Gefriertruhen und Kühlschränke und einen Energielogger oder ein Energiesmartmeter.

Durchführung:

Man betreibt jedes der Geräte mehrere Stunden am Energielogger. Dann liest man die Daten aus und wertet sie mit dem passenden Programm oder manuell aus.

Ergebnisse:

Man erhält die Ergebnistabellen 1 und 2. In Spalte 2 ist jeweils die Leistung P angegeben, gemittelt über die Einschalt- und Ausschaltphasen, Spalte 3 enthält die pro Jahr benötigte Energie W in kWh und Spalte 4 die dadurch verursachten Stromkosten SK bei 0,3€/kWh.

Alter	P[W]	W[kWh]	SK[€]
ca. 30 Jahre	175,9	1541,9	462,58
ca. 15 Jahre	29,4	257,7	77,32
Ca. 10 Jahre	24,7	216,5	64,96
ca. 1 Jahr	12,6	110,5	33.14

Tabelle 1: Gefriertruhenvergleich

Alter	P[W]	W[kWh]	SK[€]
ca. 30 Jahre	40,2	352,4	105.72
ca. 15 Jahre	27,2	238,4	71,53
ca. 1 Jahr	11,8	103,4	31,03

Tabelle 2: Kühlschrankvergleich

Auswertung:

Man erkennt deutlich, dass die pro Jahr benötigte Energie und damit die Stromkosten im Laufe der Zeit durch eine bessere Isolierung und einen höheren Wirkungsgrad der Geräte deutlich gesenkt wurden. Allerdings besitzen neue Truhen ein um ein Drittel geringeres Füll-volumen bei gleichen Außenmaßen im Vergleich zu alten Geräten. Der extrem hohe Wert für die 30 Jahre alte Gefriertruhe erklärt sich damit, dass der Temperaturregler defekt war und die Truhe so über Jahre im Dauerbetrieb lief. Der Besitzer wunderte sich seit längerem über seine Stromrechnung. Nach Austausch der alten Truhe gegen eine neue fiel sie jedenfalls deutlich geringer aus. Die neue Truhe machte sich schon nach zwei Jahren bezahlt. Ersetzt man ein mittelaltes Kühlaggregat durch ein neues Gerät, so kann man die Stromkosten zwar mehr als halbieren, aber es dauert je nach Preis des neuen Gerätes fast zwanzig Jahre, bevor sich die Investition amortisiert hat. Tauscht man ein altes Gerät durch ein neues aus, so sinken die Stromkosten auf weniger als ein Drittel, so dass sich das neue Gerät nach etwa zehn bezahlt macht. Aber unabhängig von der Kostenfrage kommt der geringere Stromverbrauch in jedem Fall der Umwelt zugute, wobei unberücksichtigt bleibt, wie viel Energie benötigt wurde, um das neue Gerät zu bauen und das alte zu verschrotten. Die Frage, ob es sinnvoll ist, ein altes Gerät gegen ein neues auszutauschen, ist ein vielschichtiges Problem. In jedem Fall lohnt es sich, ein nicht mehr ordnungsgemäß funktionierendes Gerät durch ein neues zu ersetzen.