Feldfreiheit in einem Faradaykäfig

(v. A. Reichert)

Einleitung:

Eine beliebte Preisfrage lautet: Wo ist man bei Gewittern am sichersten. Die Antwort lautet ganz einfach: in einem geschlossenen Metallkäfig, also z.B. in einem Auto oder einem Haus aus Stahlbeton. Warum das so ist, erfahren Sie hier. Zunächst einmal sammeln sich Ladungen auf metallischen Oberflächen immer auf der Außenhaut an, da sie so aufgrund ihrer elektrostatischen Abstoßung den größtmöglichen Abstand von einander haben. Aber von elektrischen Ladungen gehen elektrische Feldlinien aus und zwar in alle Richtungen, also auch nach innen. Im folgenden soll gezeigt werden, dass sich die von den Oberflächenladungen ausgehenden elektrischen Felder im Innern gerade gegenseitig aufheben.

Unterrichtsgang:

Nachdem das Coulombgesetz und das Superpositionsprinzip für elektrische Felder experimentell hergeleitet wurden, werden in der Regel einige spezielle Ladungsanordnungen untersucht, und zwar

a) die geladene Hohlkugel und
b) der Plattenkondensator.

Dabei wird meist experimentell vorgegangen, da hierfür von den Lehrmittelfirmen spezielle Versuche entwickelt wurden. Mit dem vorgestellten Beweis wird der Faradaykäfig auch theoretisch zugänglich.

Beweis:

Gegeben ist eine gleichmäßig geladene Hohlkugel, deren Flächenladungsdichte σ sei (s. Abb.1). Man zerlegt die Oberfläche in kleine Ladungselemente, z.B. σs_1^2, σs_2^2,... Aus Abb.1 folgt:

$s_1/r_1 = s_2/r_2$ (1)

oder

$s_1^2/r_1^2 = s_2^2/r_2^2$ (2).

Die Kräfte, die von diesen beiden Ladungselementen auf die Probeladung q an der Stelle x ausgeübt werden, sind nach dem Coulombgesetz:

$F_1 = q\sigma s_1^2/4\pi\varepsilon_0 r_1^2$

$F_2 = -q\sigma s_2^2/4\pi\varepsilon_0 r_2^2$.

Das Minuszeichen bei F_2 rührt daher, dass die Kräfte der beiden Oberflächenelemente entgegengesetzt gerichtet sind. Für die

Summe der Kräfte, die beide Elemente an der Stelle x ausüben, gilt:

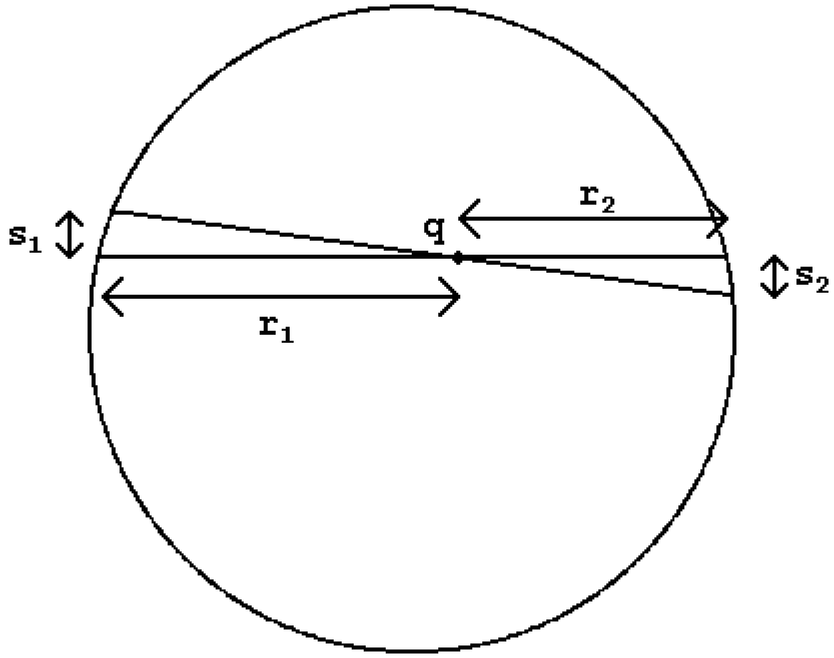

Abb.1: Zerlegung der Oberfläche in kleine Ladungselemente

$F = F_1 + F_2$

$= q\sigma s_1^2/4\pi\varepsilon_0 r_1^2 - q\sigma s_2^2/4\pi\varepsilon_0 r_2^2$

$= q\sigma*(s_1^2/r_1^2 - s_2^2/r_2^2)/4\pi\varepsilon_0.$

Mit Gleichung (2) folgt:

$F = 0.$

Da sich zu jedem beliebigen Flächenelement 1 ein entsprechendes Element 2 konstruieren lässt, ist die Gesamtkraft, die von den Oberflächenladungen ausgeht, gleich Null. Durch analoge Überlegungen lässt sich diese Aussage auf alle Punkte im Innern der Kugel erweitern. Wenn aber keine Kräfte wirken, kann definitionsgemäß auch kein elektrisches Feld im Innern der Kugel herrschen.
Mit einer kleinen Zusatzüberlegung kann man diese Überlegung sogar auf beliebig geformte metallische Hohlkörper übertragen. Jedes beliebig geformte Oberflächenelement eines solchen Hohlkörpers kann durch ein Element einer Kugeloberfläche angenähert werden (s. Abb.2). Das elektrische Feld E eines solchen Elementes, das bekanntlich auf metallischen Oberflächen senkrecht steht, kann man in drei Komponenten zerlegen. Zwei die-

ser Komponenten E_t, eine in der Zeichenebene von Abb.2 und eine senkrecht dazu, verlaufen zur angenommenen Kugeloberfläche tangential, eine E_r radial. Nur sie kann in die Kugel eindringen. Für ihre Summe gelten die obigen Überlegungen, sie ist also Null. Die tangentialen Anteile beeinflussen das Innere der Kugel nicht, da sie gar nicht in die Kugel hineinreichen. Somit herrscht im Innern kein Feld. Man ist also in ihr vor elektrischen Entladungen sicher.

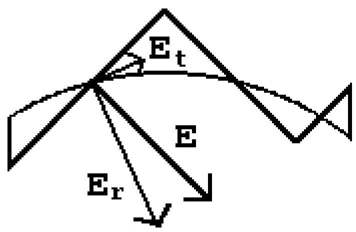

Abb.2: Zerlegung der elektrischen Feldstärke E in drei Komponenten E_t und E_r